

Zahlen und Zahlensysteme, Rechenhilfen und Rechenmaschinen

Reinhard Güll



Reinhard Güll ist Sachgebietsleiter der Bibliothek und des Zentralen Auskunftsdienstes im Referat „Landesinformationssystem (LIS), Regionalstatistik, Bibliothek“ des Statistischen Landesamtes Baden-Württemberg.

Eng verbunden mit der geschichtlichen Entwicklung der Statistik und Voraussetzung für sie war die Entwicklung der Zahlensysteme und Rechenhilfen. Datiert man die ersten nachgewiesenen Statistiken in die Zeit vor ca. 3 000 Jahren in Ägypten und China, die die Beschaffung zahlenmäßiger Nachweise für fiskalische und Verwaltungszwecke oder militärische Planungen die Grundlagen der frühen staatlichen Konsolidierung bildeten, so sind die Wurzeln der menschlichen Zahlensysteme noch etliche Jahrtausende älter. Im folgenden Beitrag sollen skizzenhaft einige Höhepunkte und Verirrungen der diversen Zahlensysteme und Rechenhilfen dargestellt werden.

Die Ursprünge der Zahlensysteme liegen im Dunkeln. Es liegt aber nahe anzunehmen, dass die prähistorischen Menschen zum Zählen sich ihrer Finger bedienten. Die Fünf und die Zehn waren und sind deshalb in vielen Zahlensystemen verbreitete Einheiten. Bereits für die Zeit um 30 000 vor Christi Geburt weisen Archäologen die Verwendung von primitiven Zahlzeichen in Form von Strichen, Kerben und Knoten zum Abzählen nach. Der abstrakte Zahlbegriff – das heißt, dass zum Beispiel die Zahl „4“ für vier Kühe, vier Steine, vier Götter stehen kann – war den frühen Menschen allerdings noch fremd. Im Verlauf der Geschichte kamen noch viele andere Zählseinheiten wie zum Beispiel die Sechzig, die Zwanzig, das Dutzend und das binäre oder Dualsystem dazu.

Vier-Zwanzig und Sechs-Zehn

In Europa scheint in vorgeschichtlicher Zeit ein Zwanzigersystem gebräuchlich gewesen zu sein. Es ist heute noch im französischen Zahlwort „quatre-vingts“ (Vier-Zwanzig) zu finden. Bis weit in das letzte Jahrhundert war das Zwanzigersystem noch in der britischen Währung zu finden, einritisches Pfund hatte den Wert von 20 Schilling; und ein Schilling den von 12 Penny. Relikte des Dutzendsystems

finden sich auch in den Maß- und Währungseinheiten vieler deutscher Kleinstaaten bis in die zweite Hälfte des 19. Jahrhunderts.

Die Sumerer verwendeten ab 3100 v. Chr. einfache gegenständliche Abbildungen auf Tontafeln um Warenbestände, Lieferungen und Geschäfte zu dokumentieren. Die Sumerer rechneten in der vorchristlichen Zeit in einem Sechzigersystem alternierend auf der Basis von Zehn und Sechs. Bei fast allen frühen Völkern galt „10“ als die erste Stufe und die Finger als Hilfsmittel zum Zählen. Die Sumerer wählten als zweite Stufe „6“. Um ganze Zahlen wiederzugeben wurde ein Ziffernsystem verwendet, in dem jedes Zeichen einer Einheit entsprach. Die ersten neun ganzen Zahlen schrieb man durch entsprechende Wiederholung des Zeichens für die Eins, die Zahlen 10, 20, 30, 40 und 50 durch Wiederholung der Ziffer Zehn, die Zahlen 60, 120, 180, 240 usw. durch die entsprechende Anzahl von Zeichen für 60. Daher stammt noch heute die Einteilung der Stunde in 60 Minuten und die Einteilung des Kreises in 360 Grad.

Keile und Kaulquappen

Die Assyrier und Babylonier besaßen nur drei Zahlzeichen: senkrechter Keil, waagerechter Keil und Keilwinkel. Durch verschiedene Stellung und durch verschiedene Größe dieser drei Zeichen vermochten sie jede Zahlsumme auszudrücken. Der senkrechte Keil bedeutete „1“. Vergrößert vor anderen Keilen aber „6“, hinter anderen Keilen dagegen „60“. Mit diesem Zahlensystem haben sie ab 1800 v. Chr. Lehrsätze für rechtwinklige Dreiecke und ähnliche geometrische Prinzipien aufgestellt. Das Verhältnis der Seiten eines rechtwinklig gleichschenkeligen Dreiecks wird im Sechzigersystem mit

angegeben und entspricht sehr genau dem tatsächlichen Wert der Quadratwurzel 1,414213562. Das ägyptische Zahlensystem bestand aus

acht Zeichen. Es waren Hieroglyphen oder Bildzeichen. Interessant ist das Bild für Hunderttausend. Es war eine Kaulquappe. Ganz verständlich für die hohe Zahl, denn Kaulquappen gab es im Nilschlamm in ungeheuren Mengen.

Die Griechen haben ihre Zahlen auf zwei verschiedene Arten geschrieben. Bei der ersten Art benutzten sie die Reihenfolge der Buchstaben ihres Alphabets zur Darstellung der Zahlen. Bei der zweiten Art galten die Anfangsbuchstaben der Zahlworte als Zahlzeichen. Interessant ist auch die Entstehung der römischen Zahlzeichen.

In der frühesten römischen Geschichte wurden die Ziffern 1 bis 9 durch entsprechend viele Striche dargestellt. Die reine Strichdarstellung war den römischen Kaufleuten und Verwaltungsspezialisten schon bald zu umständlich, so dass sie nach symbolischen Vereinfachungen suchten, die nachfolgend mit zwei Beispielen verdeutlicht werden sollen. Die Verzehnfachung der 1 geschah symbolisch durch einen Schrägstrich, so entstand das römische Zahlzeichen X für die Zahl Zehn, wie wir es heute noch aus den Anfangsjahren unseres Mathematik- und Lateinunterrichts kennen. Durch Halbieren dieses Zehnerzeichens wiederum entstand das Zeichen für die Fünf gleich V.

Die „arabischen“ Zahlen aus Indien

Unsere heute weltweit verbreiteten so genannten arabischen Ziffern wurden im 6. bis 8. Jahrhundert nach Christi Geburt von indischen Astronomen entwickelt. Mit den Ziffern 1 bis 9 und der Null entwickelten sie das Zehnersystem. Diese Erfindung war eine der großen Sternstunden der Menschheit. Es ist so praktisch, dass man sich heute nicht mehr vorstellen kann, dass es einmal nicht vorhanden war. Besonders deutlich wird der Vorteil des Zehnersystems, wenn man versucht, Zahlenreihen in älteren Zahlensystemen zu addieren. Bei römischen Zahlen ist es aufgrund der linksbündigen Schreibweise bei komplexen Zahlenreihen nur noch mit großer Denkanstrengung möglich. Es dauerte aber Jahrhunderte bis das indische Zahlensystem in Europa Verwendung fand. Sehr schnell erkannten die Araber die Vorteile des indischen Zahlensystems. Im 9. Jahrhundert gelangte das dann „arabisch“ genannte Zahlensystem über Spanien nach Europa. Den Siegeszug in Europa trat es aber erst einige hundert Jahre später an. Im 13. Jahrhundert wurde es von ei-

nem Kaufmannssohn nach Italien gebracht. Er wurde von seinem Vater nach Afrika geschickt, um dort mit den Arabern Handelsverträge abzuschließen. Dabei erkannte er die Vorteile des Rechnens mit den arabischen Ziffern im Zehnersystem. In Italien verdrängte das neue Zahlensystem bald die bis dahin gebräuchlichen römischen Zahlzeichen. Das ging allerdings nicht ohne Widerspruch. Die Republik Venedig hat zum Beispiel lange Zeit das Rechnen und Abrechnen nach dem arabischen Ziffernsystem verboten. Wie aber rechneten die Kaufleute und Verwaltungsbeamten in Europa vor der Verwendung des arabischen Zahlensystems? Sie verwendeten eine genial einfache Rechenhilfe, das Rechenbrett.

Der Abakus

Rechenbretter sind Holztafeln, auf denen durch Auflegen von Täfelchen oder Verschieben von Kugeln gerechnet wird. Die Bretter wurden in einer großen Formenvielfalt hergestellt und verwendet. So gab und gibt es neben den schon erwähnten Holztafeln auch solche aus Tuch und die wohl bekannteste Version, die aus einem Holzrahmen mit gespannten Drähten besteht. Auf diesen Drähten werden Kugeln als Zähleinheiten bewegt. Der in Deutschland als Synonym gebräuchliche Name Abakus für alle Arten von Rechenbrettern ist abgeleitet von dem lateinischen Wort abax (Tafel). Die Rechenbretter sind durch senkrechte Linien in Spalten eingeteilt. Jede Spalte bedeutet eine Zähleinheit. Beim Auflegen müssen die Werte der Zähleinheiten beachtet werden. Die Spalten der Rechenbretter bedeuteten bei allen Völkern und zu allen Zeiten immer etwas anderes. Je nach Zähleinheit und dem Zweck des Brettes wurde zum Beispiel im Mittelalter nach Groschen, Gulden oder Hellern auf den Brettern gerechnet. Obwohl es für die Menschen in der Vergangenheit etwas umständlich war damit zu rechnen, ging es doch viel schneller und genauer, als jeden Zahlenwert durch Kopfrechnen zum nächsten zu addieren oder ihn mit einem anderen zu multiplizieren. Ganz unabhängig davon ob das Rechnen mit einem Abakus schnell oder langsam ging, es gab keine Alternative und war vor Kenntnis der arabischen Zahlen die einzige Möglichkeit, mit römischen Zahlen zu rechnen.

Das arabische Zahlensystem muss den europäischen Menschen im Mittelalter daher wie ein Wunder vorgekommen sein. Addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren – alles ging damit einfach schneller als je zuvor auf den Rechenbrettern. Der Abakus geriet

damit aber noch lange nicht in Vergessenheit. Es gibt aktuelle wissenschaftliche Schätzungen, die davon ausgehen, dass auch heute noch weltweit ca. 40 % der Weltbevölkerung – vor allem in Ostasien, Indien und Russland – regelmäßig einen Abakus benutzen, und das obwohl digitale Taschenrechner und Personalcomputer längst in den abgelegensten Winkel der Erde vorgedrungen sind. In Deutschland fand der Abakus Ende des 20. Jahrhunderts eine späte Würdigung als offizielles Logo der Volkszählung von 1987.

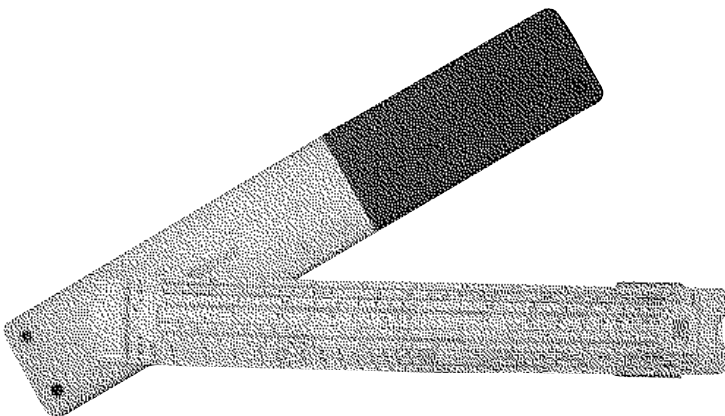
„... frei nach Adam Riese ...“

Die Verwendung arabischer Ziffern führte ab dem frühen 16. Jahrhundert zu epochalen Umwälzungen der Rechenhilfen. Die erste und damals wohl auch bedeutendste erschien in Form eines Rechenbuches. Adam Riese veröffentlichte 1521 sein berühmt gewordenes Werk „Rechnung auff den Linihen und Feder“. Übertragen in unsere Sprache bedeutet der Buchtitel nichts anderes als „Rechnen auf den Linien eines Rechenbrettes im Dezimalsystem mit den arabischen Zahlen und schriftliches Rechnen mit der Feder auf Papier oder mit der Schreibtafel“. Das Rechnen im Dezimalsystem auf dem Rechenbrett war aber nicht das eigentlich Umwälzende. Revolutionär war eine seiner Methoden des schriftlichen Rechnens mit der Feder. Noch heute werden auf der gesamten Welt schriftliche Multiplikationen nach der Methode gelehrt und durchgeführt, die Adam Riese vor mehr als vierhundert Jahren entwickelt hat.

Adam Riese wurde 1492 in der fränkischen Stadt Staffelstein geboren. 1518 zog er in die Universitätsstadt Erfurt und gründete dort eine Rechenschule. Die entscheidenden Jahre seines Lebens verbrachte Riese in der damals bedeutenden sächsischen Bergbaustadt Annaberg, wo er immer wieder neue Rechenbücher publizierte und so zu einem großen Wohlstand gelangte. Riese starb 1559. Verdient an Rieses Rechenmethoden haben andere noch viele Generationen nach ihm. Plagiatoren veröffentlichten seine Rechenbücher bis weit in das 18. Jahrhundert einfach unter falschem Namen.

Ein Esslinger auf Holzwegen

Das Rechnen mit den arabischen Zahlen führte in der Anfangszeit auch zu mancherlei Kuriositäten. Noch heute wird das geflügelte Wort verwendet: „Der hat einen rechten Stiefel gerechnet!“, wenn jemand eine absolut falsche und nicht nachvollziehbare Rechnung aufgestellt hat. Die wenigsten Menschen wissen, dass sich diese Redewendung ursprünglich auf den Esslinger Theologen und Mathematiker Michael Stifel (1487 – 1567) bezieht. Von großer Bedeutung ist sein Werk „Arithmetica Integra“ (1544). Der Begriff „Exponent“ und die Gleichstellung der negativen Zahlen sind auf Stifel zurückzuführen. Stifel, ein enger Bekannter Martin Luthers, glaubte in spekulativer Weise mit den neuen Rechenmethoden und Wortrechnungen nachweisen zu können, wann die in den biblischen Büchern Daniel und der Offenbarung gemachten Prophezeiungen eintreten. Darüber hinaus berechnete er mit der gleichen Methode den Tag der Wiederkunft Christus auf Erden auf Sonntag, den 19. Oktober 1533, acht Uhr morgens. Luther lehnte Stifels Berechnungen als Irrtümer ab, was diesen aber nicht davon abhielt, seine umstrittenen Erkenntnisse anonym zu veröffentlichen. Als sich seine Berechnungen dann als nicht zutreffend erwiesen, wurde er sogar vorübergehend unter Hausarrest gestellt. Sein Ruf als Wissenschaftler war zu seiner Lebenszeit ruiniert. Ihm blieb nur der fragwürdige Ruhm, dass sein Namen in einem geflügelten Wort für unseriöse Berechnungsmethoden fortlebte. Erst spätere Mathematikergenerationen entdeckten seine epochemachenden algebraischen Abhandlungen wieder; so genießt Stifel in der Wissenschaftsgeschichte der Mathematik heute den ihm gebührenden Ruhm, aufgrund der von ihm verfassten frühen algebraischen Abhandlungen.



Das Standardrechenschiebermodell in deutschen Schulen während der Zeit von 1955 bis 1970.

Tübingen: Ursprung des maschinellen Rechnens

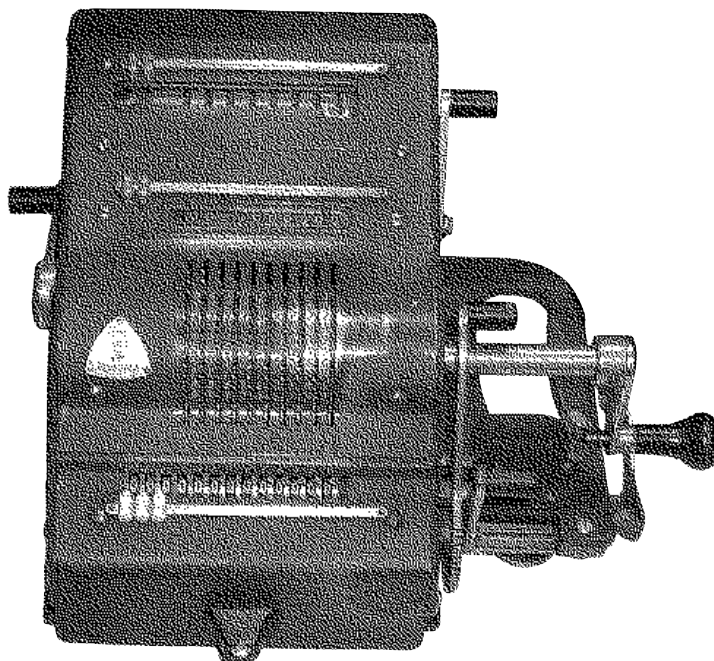
Die Entwicklung der Mathematik und der Rechenhilfen hatte durch die Übernahme des arabischen Zahlensystems in Europa einen Quantensprung gemacht. Ihr Siegeszug war nicht mehr aufzuhalten und manifestierte sich in vielerlei Erfindungen, die Kaufleuten, Wissenschaftlern und Verwaltungsbeamten das Arbeitsleben vereinfachten. Der Tübinger Professor Wilhelm Schickard (1592 – 1635) erfand 1623 eine Rechenmaschine für Additionen und Subtraktionen. Multiplikationen und Divisionen waren jedoch nur möglich, wenn der Benutzer die Teilprodukte mit Hilfe eines logarithmischen Rechenstabs bestimmte und diese dann in das sechsstellige Summierwerk zum Addieren eingab. Schickardts Gerät gilt als die erste urkundlich belegte Rechenmaschine mit Zahnradgetriebe. Die Besonderheit dieser Maschine war der automatische Zehnerübertrag.

1110101 := 117

Das deutsche Universalgenie Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 – 1716) erdachte das duale Zahlensystem mit den Ziffern 0 und 1. Er erlangte dadurch den Ruhm, als erster eine wesentliche theoretische Grundlage des Computers geschaffen zu haben. 1673 präsentierte er eine Rechenmaschine für die vier Grundrechenarten, deren Besonderheiten eine Staffelwalze und ein „Schlitten“ waren. Durch Verschiebung des „Schlittens“ war es möglich, mit mehrstelligen Zahlen zu multiplizieren und zu dividieren. Die Maschinen von Pascal und Leibniz, aber auch die von den Erfindern Polenus, Braun und Hahn entwickelten, waren vor allem für die im kaufmännischen und wissenschaftlichen Bereich wichtigen Multiplikationen und Divisionen eingerichtet und wurden nur in ganz wenigen Einzelstücken hergestellt.

Der Mechanikpfarrer aus Onstmettingen

Phillip Matthäus Hahn, der Mechanikerpfarrer, wirkte in den 60er- und 70er-Jahren des 18. Jahrhunderts in Onstmettingen, heute ein Stadtteil von Albstadt. Dort erfand er neben Welt- und Taschenuhren die erste Neigungswaage der Welt und 1774 die erste feinmechanische 14-stellige Rechenmaschine, die auch zuverlässig arbeitete und von jedem guten Uhrmacher repariert werden konnte. Übrigens war dies das erste bekannte Beispiel, bei dem



Mechanische Rechenmaschine vom Typ Brunswiga, die von 1937 bis 1965 eingesetzt wurde. Sie zählte zu den besten und sichersten Divisions- und Multiplikationsmaschinen.

die Wartungsfähigkeit eines technischen Geräts schon bei der Konstruktion berücksichtigt wurde.

Zu Beginn des 19. Jahrhunderts herrschte noch die handwerkliche Produktionsweise zur Herstellung von Rechenmaschinen vor. Mit zunehmender Einführung von Fertigungsmaschinen konnte die Präzision der hergestellten Teile und deren Anzahl erheblich gesteigert werden. Charles Xavier Thomas, einem Versicherungskaufmann aus Colmar, gelang es schließlich, eine auf den Prinzipien der Leibnizschen Staffelwalze und der Braunschen zweistufigen Zehnerübertragung beruhende Konstruktion zu entwerfen und diese ab 1855 unter ständigen Verbesserungen in größeren Stückzahlen produzieren zu lassen. Einer weiten Verbreitung stand der recht hohe Preis und auch die beschränkte Lieferkapazität des Herstellers entgegen – in rund 60 Jahren konnten nur 1 500 Rechenmaschinen hergestellt werden. Aus diesem Grund bemühten sich viele Konstrukteure und Erfinder um neue Wege im Rechenmaschinenbau, die in den nächsten hundert Jahren zu einer beachtlichen industriellen Formen- und Funktionsvielfalt führten. Die wichtigsten Funktionstypen waren die Stellenaddierer, die Blechschieber, die Zahnradaddierer, die Zahnhebeladdier-

maschinen, die Staffelwalzenmaschinen und die Sprossenradmaschinen.

„Die Hollerith“

Neben der industriellen Weiterentwicklung der mechanischen Rechenmaschinen begeben sich andere Wissenschaftler auf neue Wege zur Perfektionierung von Rechenhilfen. So entwickelt Hermann Hollerith für die elfte amerikanische Volkszählung 1890 eine lochkarten-gesteuerte Zählmaschine, die auf dem binären Zahlensystem basiert.

Das neue Lochkartenverfahren verbreitete sich rasch und hielt zu Anfang des 20. Jahrhunderts seinen Einzug in Europa. Auch in Deutschland wurde diese Entwicklung in den statistischen Ämtern nicht übersehen. In Württemberg, Elsaß-Lothringen, Baden, Sachsen und in Preußen, das wegen seiner hohen Einwohnerzahl besondere Anforderungen an die Technik stellte, wurde die Volkszählung von 1910 mit dem Lochkartenverfahren durchgeführt. In

dieser ersten Entwicklungsphase der Datenverarbeitung in Deutschland benutzte man die Tabelliermaschinen ausschließlich für statistische Zwecke. Der Entschluß des Württembergischen Statistischen Landesamtes zum Einsatz des neuen Lochkartenverfahrens stützte sich auf ein Gutachten von Oberfinanzrat Professor Dr. Losch, der 1904 anlässlich einer Amerikareise die Zählmaschinen im „Bureau of the Census“ in Washington kennengelernt hatte.

1941 erbaute Konrad Zuse in Berlin die Z3, den ersten funktionsfähigen programmgesteuerten Rechenautomaten. Er wird damit zu einem der wichtigsten Wegbereiter des damit beginnenden Computerzeitalters. Doch das ist eine andere Geschichte. ■