Statistisches Bundesamt

UMWELTÖKONOMISCHE GESAMTRECHNUNGEN

Die Dekompositionsanalyse in den Physischen Umweltökonomischen Gesamtrechnungen

2021

wissen.nutzen.

Herausgeber: Statistisches Bundesamt (Destatis)

Internet: www.destatis.de

Autorin: Teresa Kersting

Ihr Kontakt zu uns:
www.destatis.de/kontakt

Zentraler Auskunftsdienst:
Tel.: +49 611 75 2405

Erscheinungsfolge: einmalig
Erschienen am 26. Februar 2021
Artikelnummer: 5851104-21900-4 [PDF]

Mitglied im
ERFOLGSFAKTOR
FAMILIE
Unternehmensnetzwerk

© Statistisches Bundesamt (Destatis), 2021
Vervielfältigung und Verbreitung, auch auszugsweise, mit Quellenangabe gestattet.

Inhalt

Abkürzungen

Eurostat	=	Statistisches Amt der Europäischen Union
LMDI	=	Log Mean Divisia Index 1
Pkw	=	Personenkraftwagen
UGR	=	Umweltökonomische Gesamtrechnungen
UN	=	Vereinte Nationen

Einleitung

Die Methode der Dekompositionsanalyse, auch Komponentenzerlegung genannt, ermöglicht es, Veränderungen in einer endogenen Variable aufzuschlüsseln, indem sie auf die Veränderungen verschiedener zugrundeliegender exogener Faktoren zurückgeführt wird. In umweltökonomischen Betrachtungen wird sie häufig angewendet, um Umwelteinflüsse, wie zum Beispiel energiebedingte Treibhausgas- und Luftschadstoffemissionen, in ihre Treiber aufzuschlüsseln. Auch die amtliche Statistik führt Dekompositionsanalysen mit diesem Ziel durch. Frühe Beiträge auf diesem Gebiet waren unter anderem die Studien von de Haan (2000) und Seibel (2003). Auf supranationaler Ebene wurde die Methode für die Analyse von umweltökonomischen Entwicklungen unter anderem von den Vereinten Nationen und dem Statistikamt der Europäischen Union (Eurostat) zunehmend etabliert. Beispielsweise enthalten das Ergänzungsmaterial zum Handbuch der Umweltökonomischen Gesamtrechnungen der Vereinten Nationen (UN, 2017) und das Handbuch zur Luftemissionsrechnung von Eurostat (Eurostat, 2015) Methodenbeschreibungen hierzu. Zudem hat Eurostat 2019 Empfehlungen für die Komponentenzerlegungen von Luftemissionen in einer Entwurfsfassung veröffentlicht (Eurostat, 2019).

Die Dekompositionsanalyse wird in den Physischen Umweltökonomischen Gesamtrechnungen (UGR) des Statistischen Bundesamtes bereits seit vielen Jahren eingesetzt, um die Veränderungen verschiedener umweltökonomischer Indikatoren auf ihre Treiber aufzuschlüsseln. Dabei wurden bisher die Einflussfaktoren auf folgende Aspekte betrachtet: Die CO_2-Emissionen der Produktionsbereiche, der Stromgewinnung und der Personenkraftwagen (Pkw) sowie den Energieverbrauch der privaten Haushalte für Raumwärme.

Die bisherige in den Physischen UGR verwendete mathematische Herangehensweise entspricht dabei der in der Studie von Seibel (2003) beschriebenen Shapley-Sun-Methode. Die Entwicklungen in der Fachliteratur zum Thema sowie die Veröffentlichung einer Entwurfsfassung von Eurostat mit Empfehlungen für die Verwendung von Dekompositionsanalysen zur Analyse von Luftemissionen (2019) haben den Anlass gegeben, die bisher angewandte mathematische Herangehensweise der Dekompositionsanalyse im Anwendungsbereich der Physischen UGR auf mögliche Alternativen zu prüfen.

Als Ergebnis dieser Betrachtung wurde festgestellt, dass die Log Mean Divisia Index 1 (LMDI)-Methode die konzeptionellen Anforderungen an eine Dekompositionsanalyse im betrachteten Anwendungsgebiet ebenso gut erfüllt wie die bisher verwendete Shapley-Sun-Methode, dabei jedoch deutliche operative Vorteile bietet. Daher werden die Dekompositionsanalysen in den Physischen UGR künftig entsprechend der Empfehlung von Eurostat unter Zuhilfenahme der LMDI-Methode erstellt.

In den folgenden Abschnitten werden zunächst einige grundlegende Konzepte der Komponentenzerlegung näher erläutert. Anschließend wird die bisher verwendete Shapley-Sun-Methode und darauf aufbauend die künftig bevorzugt verwendete LMDI-Methode dargelegt. Abschließend folgt ein kurzes Fazit zu den Implikationen für die Komponentenzerlegung in den Physischen UGR.

1 Grundproblematik

Eine Dekompositionsanalyse zerlegt quantitativ die Veränderung einer endogenen Variable in die einzelnen Effekte der zugrundeliegenden Faktoren, die die Änderung dieser Variablen bewirken. Dabei wird angenommen, dass eine funktionale Abhängigkeit zwischen den exogenen zugrundeliegenden Faktoren und der endogenen Variablen besteht, die mit Hilfe der Differentialrechnung für jeden Faktor in die jeweilige Änderung zwischen zwei Zeitpunkten zerlegt werden kann (Eurostat, 2019).

Der grundlegende funktionale Zusammenhang kann dabei nicht abgeleitet werden, sondern ist als Ausgangspunkt für die Dekompositionsanalyse aufzustellen. Die Wahl der Faktoren, denen ein Einfluss auf die endogene Variable unterstellt wird, hängt dabei, abgesehen vom konzeptionellen Modell, oft auch von der Datenverfügbarkeit ab. Dabei müssen die betrachteten exogenen Faktoren die Bedingung erfüllen, dass ihr Produkt der zu analysierenden endogenen Variablen entspricht. Diese Bedingung wird in der Praxis oft erfüllt, indem die Faktoren Verhältnisse abbilden, bei denen der Nenner eines Faktors gleich dem Zähler eines anderen Faktors ist (Seibel, 2003).

Den Ausgangspunkt für die weiteren Überlegungen bietet Gleichung (1), in der die abhängige Variable x dem Produkt der beiden Faktoren A und B entspricht, wodurch die oben genannte Grundvoraussetzung als erfüllt gilt.

$$x = A \cdot B \quad (1)$$

Bei Betrachtung der zeitlichen Dimension gilt für die Basisperiode – im Zeitpunkt 0 – Folgendes:

$$x^0 = A^0 \cdot B^0 \quad (2)$$

Für die Folgeperiode – im Zeitpunkt t – gilt Gleichung (3):

$$x^t = A^t \cdot B^t \quad (3)$$

Die Differenz der Variablen Δx von der Basis- zur Folgeperiode ist gegeben durch:

$$\Delta x = x^t - x^0 \quad (4)$$

Als kurzer Exkurs sei an dieser Stelle Folgendes angemerkt: Gleichung (4) betrachtet die Veränderung der Variablen x von der Basis- zur Folgeperiode als Differenz und bildet den Ausgangspunkt für additive Dekompositionsanalysen. Diese haben zum Ziel, die Differenz in der Variablen x als Summe der Effekte der exogenen Faktoren auszudrücken. Für das obenstehende Beispiel stellt Gleichung (5) diese Zielgleichung dar, wobei der Effekt von Faktor A durch D_A und der Effekt von Faktor B durch D_B symbolisiert wird. Im Gegensatz dazu wird bei multiplikativen Komponentenzerlegungen für die Veränderung der Variablen x der Quotient aus ihren Werten in der Folge- und der Basisperiode betrachtet. Diese Änderungsrate soll durch die Zerlegung dann durch das Produkt der Effekte der exogenen Faktoren ausgedrückt werden. Das bedeutet, additive Verfahren zerlegen die absolute Veränderung einer exogenen Variablen zwischen zwei Zeitpunkten in die zu Grunde liegenden Effekte, während multiplikative Verfahren ihre relative Veränderung zwischen zwei Zeitpunkten analysieren (Eurostat, 2019).

Dieser Bericht befasst sich mit der additiven Dekompositionsanalyse, da sie aufgrund der im Vergleich zur multiplikativen Dekompositionsanalyse intuitiveren Interpretierbarkeit der Ergebnisse die bisher in den Physischen UGR eingesetzte Methode ist. Dies ist vermutlich auch der Grund, warum additive Komponentenzerlegungen in der Fachliteratur deutlich häufiger vertreten sind als multiplikative (Eurostat, 2015; Ang & Zhang, 2000). Weiterführende Informationen zu multiplikativen Verfahren sind unter anderem in De Boer und Rodrigues (2020) und Eurostat (2019) zu finden.

$$\Delta x = D_A + D_B \quad (5)$$

Wieder anknüpfend an die Ausgangssituation für die additive Dekompositionsanalyse, kann die durch Gleichung (4) gegebene Differenz der Variablen x von der Folge- zur Basisperiode unter Berücksichtigung von Gleichungen (2) und (3) ausgedrückt werden als:

$$\Delta x = A^t \cdot B^t - A^0 \cdot B^0 \quad (6)$$

Werden nun die absoluten Veränderungen der beiden Faktoren A und B von der Folge- zur Basisperiode betrachtet:

$$\Delta A = A^t - A^0 \quad (7)$$

$$\Delta B = B^t - B^0 \quad (8)$$

und Gleichung (6) um den Ausdruck $(+A^0 \cdot B^t - A^0 \cdot B^t)$ erweitert, ergibt sich:

$$\Delta x = A^t \cdot B^t - A^0 \cdot B^0 \; + A^0 \cdot B^t - A^0 \cdot B^t \quad (9)$$

Diese lässt sich umformen zu:

$$\Delta x = \Delta A \cdot B^t + \Delta B \cdot A^0 \quad (10)$$

Wird statt der oben genannten Erweiterung $(+A^0 \cdot B^t - A^0 \cdot B^t)$ alternativ jedoch Gleichung (6) mit $(+A^t \cdot B^0 - A^t \cdot B^0)$ erweitert, ergibt sich statt Gleichung (9) die folgende Gleichung:

$$\Delta x = A^t \cdot B^t - A^0 \cdot B^0 \; + A^t \cdot B^0 - A^t \cdot B^0 \quad (11)$$

Diese wiederum lässt sich umformen zu:

$$\Delta x = \Delta A \cdot B^0 + \Delta B \cdot A^t \quad (12)$$

Aus den Gleichungen 10 und 12 wird ersichtlich, dass es in diesem Beispiel zwei verschiedene partielle Lösungsmöglichkeiten gibt, um Δx – also die absolute Veränderung der abhängigen Variable x – auf Grundlage der Veränderungen in den zugrundeliegenden Faktoren A und B zu berechnen. Beide Möglichkeiten haben gemeinsam, dass die Veränderung von x unter anderem von ΔA und ΔB abhängt. Sie unterscheiden sich jedoch darin, ob die Veränderungen ΔA und ΔB mit den Einflussfaktoren der Basis- oder der Folgeperiode gewichtet werden.

Allgemein ist festzuhalten, dass es nicht eine einzige, eindeutige Lösung für die Dekomposition der Veränderung der abhängigen Variablen in die absoluten Veränderungen ihrer Einflussfaktoren gibt. Im Fall von zwei Einflussfaktoren bestehen zwei verschiedene Möglichkeiten, die Veränderung der abhängigen Variablen aufzuschlüsseln. Die Anzahl der möglichen Zerlegungen steigt jedoch mit der Anzahl der betrachteten Einflussfaktoren. Dietzenbacher und Los (1998) haben gezeigt, dass eine Komponentenzerlegung mit n Faktoren n! verschiedene Zerlegungsmöglichkeiten bietet. Das heißt während eine Zerlegung mit 2 Faktoren 2 mögliche Lösungen hat, hat eine Zerlegung mit 3 Faktoren 6 Lösungsmöglichkeiten und eine mit 4 Faktoren bereits 24 Lösungsmöglichkeiten.

Diese verschiedenen partiellen Zerlegungsmöglichkeiten spiegeln die unterschiedlichen Konstellationen wider, die absoluten Veränderungen der Faktoren zur Berechnung der Effekte mit den Einflussfaktoren der Basis- oder der Folgeperiode zu gewichten. Es bestehen also viele unterschiedliche Zerlegungsmöglichkeiten. Jedoch sollen im Endeffekt nicht n! partielle Möglichkeiten aufgezeigt werden, sondern eine übergeordnete Aussage dazu getroffen werden, warum sich die endogene Variable in der beobachteten Weise entwickelt hat. Als Folge dessen sind die verschiedenen einzelnen Zerlegungsmöglichkeiten zu einer Gesamtlösung zu kombinieren.

Bezüglich der Frage, welche der n! verschiedenen möglichen Zerlegungsformen zu berücksichtigen sind und wie sie am besten zu einer übergeordneten Lösung kombiniert werden können, werden in der Fachliteratur unterschiedliche Herangehensweisen verwendet. Die verschiedenen mathematischen Vorgehensweisen führen dabei teilweise dazu, dass die Dekompositionsanalysen beziehungsweise ihre Ergebnisse unterschiedliche Eigenschaften aufweisen. Ein besonders bedeutsamer Aspekt ist dabei, ob eine Dekompositionsmethode einen Residualterm beinhaltet oder nicht. Bei Dekompositionsmethoden ohne Residualterm, die in der Fachliteratur auch als ideale Dekompositionen bezeichnet werden, wird die beobachtete Veränderung der endogenen Variablen vollständig durch die beobachteten Veränderungen der exogenen Faktoren erklärt. Dahingegen ist bei Methoden mit Residualterm ein Teil der Veränderung der abhängigen Variablen nicht auf die Veränderungen der Faktoren zurückzuführen. Bei additiven Komponentenzerlegungen entsteht der Residualterm dabei meistens dadurch, dass ein Teil der verschiedenen Zerlegungsmöglichkeiten nicht entsprechend in der Gesamtlösung berücksichtigt wird, die Dekomposition also unvollständig ist. Da ideale Dekompositionsmethoden methodisch solider fundiert sind als die unvollständigen Zerlegungen und zudem auch besser zu interpretieren sind, empfiehlt Eurostat (2019) dringend ihre Verwendung, während von Dekompositionsmethoden mit Residualterm abgeraten wird. Eine weitere wünschenswerte Eigenschaft von Komponentenzerlegungen ist, dass sie nicht nur auf der aggregierten Ebene, sondern auch auf den gegebenenfalls darunterliegenden Ebenen vollständig sind und keinen Residualterm beinhalten, also auch auf disaggregierter Ebene ideal sind. Darüber hinaus ist die Aggregationskonsistenz eine weitere wünschenswerte Eigenschaft. Sie besteht dann, wenn die Berechnungsformel unabhängig davon ist, über wie viele Ebenen aggregiert wird, wenn also bei ein- und mehrstufigen Berechnungen die gleiche Formel verwendet wird. Zusammen führen diese Eigenschaften dazu, dass die Summe der Ergebnisse zu den verschiedenen Teilbereichen eines betrachteten Zusammenhangs gleich der idealen Gesamtlösung für den gesamten Zusammenhang sind und nach dem gleichen Verfahren ermittelt werden können. Soll beispielsweise untersucht werden, wie die Entwicklung der CO_2-Emissionen der gesamten Produktion, die sich aus 70 verschiedenen Produktionsbereichen zusammensetzt, durch die Einflussfaktoren Wirtschaftswachstum, Wirtschaftsstruktur und CO_2-Intensität bedingt sind, kann dies einerseits in einem Schritt für die gesamte Produktion berechnet werde. Andererseits können aber auch zunächst die Effekte der drei Faktoren Wirtschaftswachstum, Wirtschaftsstruktur und CO_2-Intensität für jeden einzelnen der 70 Produktionsbereiche ermittelt und in einem zweiten Schritt zu einer Gesamtlösung, also den Effekten auf die Gesamtproduktion, summiert werden. Beide Vorgehensweisen führen zum gleichen Ergebnis für die gesamte Produktion. Die zweite Herangehensweise bietet jedoch den Vorteil, dass sie Einblicke in die Dynamik der einzelnen Produktionsbereiche gibt. Eine ausführlichere Beschreibung von idealen Dekompositionen und den weiteren Eigenschaften bieten De Boer und Rodrigues (2020), die ebenso wie Eurostat die Verwendung von idealen Dekompositionsmethoden empfehlen.

Vor diesem Hintergrund werden zur Wahl der geeigneten Methode für die Anwendung in den Physischen UGR nur ideale Dekompositionsmethoden untersucht, die zugleich aggregationskonsistent sind. Im Fall von additiven Zerlegungen, die die Veränderung der abhängigen Variablen auf die Summe der verschiedenen Effekte zurückführen, wie beispielsweise in Gleichung (5), bestehen dafür im Wesentlichen zwei verschiedene mathematische Herangehensweisen, die Shapley-Sun- und die Log Mean Divisia Index 1 (LMDI)-Methode, die in den folgenden Abschnitten näher betrachtet werden.

2 Die Shapley-Sun-Methode

Die erste Möglichkeit eine ideale additive Komponentenzerlegung vorzunehmen besteht darin, den Effekt einer exogenen Variablen auf die Veränderung der endogenen Variablen als die absolute Veränderung dieser exogenen Variablen von der Folge- zur Basisperiode, gewichtet mit den Werten der verbleibenden exogenen Variablen in der Basis- und der Folgeperiode, zu ermitteln. Bei dieser Herangehensweise werden alle partiellen Lösungsmöglichkeiten, Δx in Abhängigkeit von den zu Grunde liegenden Faktoren zu ermitteln, berücksichtigt. Die Lösungsmöglichkeiten werden entsprechend ihrem Anteil an der Gesamtzahl möglicher Zerlegungen gewichtet und zu einer Gesamtlösung kombiniert.

Diese Herangehensweise wurde bisher in den Physischen UGR eingesetzt. In der Literatur wird sie in verschiedenen Kontexten teils unterschiedlich bezeichnet, in Anlehnung an Eurostat (2019) wird sie in diesem Bericht mit Shapley-Sun-Methode benannt. Einen ausführlichen Überblick über alternative Bezeichnungen bieten de Boer und Rodrigues (2020).

Anknüpfend an das obenstehende Beispiel, lässt sich zur Veranschaulichung für den Fall von zwei Faktoren aus Gleichungen (10) und (12) folgende Beziehung aufstellen. Durch die Berücksichtigung der beiden einzelnen Lösungsmöglichkeiten in der Gesamtlösung zu gleichen Maßen wird eine ideale Dekomposition erzielt:

$$\Delta x = \frac{1}{2}(\Delta A \cdot B^t + \Delta B \cdot A^0) + \frac{1}{2}(\Delta A \cdot B^0 + \Delta B \cdot A^t) \quad (13)$$

Das Umstellen von Gleichung (13) ermöglich die Isolation der einzelnen Effekte der Faktoren A und B:

$$\Delta x = \Delta A \cdot \left(\frac{B^0 + B^t}{2}\right) + \Delta B \cdot \left(\frac{A^0 + A^t}{2}\right) \quad (14)$$

Dabei stellt der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung den Effekt von A, im Folgenden bezeichnet mit D_A, dar. Er wird durch die Gewichtung der absoluten Veränderung des Faktors A mit dem arithmetischen Mittel der Werte des verbleibenden Faktors B in der Basis- und der Folgeperiode bestimmt, wobei letzteres (also der Ausdruck in Klammern) auch als Koeffizient von ΔA bezeichnet wird.

$$D_A = \Delta A \cdot \left(\frac{B^0 + B^t}{2}\right) \quad (15)$$

Analog dazu stellt der zweite Term auf der rechten Seite von Gleichung (14) den Effekt von B, im Folgenden bezeichnet mit D_B, dar.

$$D_B = \Delta B \cdot \left(\frac{A^0 + A^t}{2}\right) \quad (16)$$

Zusammenfassend für den Fall von zwei Faktoren ergibt sich somit der folgende Zusammenhang:

$$\Delta x = D_A + D_B = \Delta A \cdot \left(\frac{B^0 + B^t}{2}\right) + \Delta B \cdot \left(\frac{A^0 + A^t}{2}\right) \quad (17)$$

Dies stellt die Effekte der Faktoren bei aufeinanderfolgenden Zeiträumen dar, da ja die Basis- und die Folgeperiode betrachtet werden. In den UGR entspricht dies aufeinanderfolgenden Jahren (z. B. die Jahre 2017 und 2018), da sich die Daten der UGR auf Jahre beziehen. Sollen jedoch die Effekte nicht aufeinanderfolgender Jahre (z. B. zwischen 2008 und 2018) ermittelt werden, kann dies auf zwei Arten erfolgen. Die erste Möglichkeit besteht darin, zunächst die einzelnen Effekte aller dazwischenliegenden konsekutiven Jahre zu ermitteln und dann zu verketten, bei der additiven Komponentenzerlegung entspricht dies der Addition der einzelnen aufeinanderfolgenden Jahre. Zweitens können die Veränderungen in den nicht aufeinanderfolgenden Jahren ermittelt werden, indem nur das erste- und das letzte Jahr des Zeitraums betrachtet werden. Eurostat (2019) empfiehlt die Verwendung verketteter Indizes, also die erste Vorgehensweise, da sie geeigneter ist um Trends und strukturelle Veränderungen über längere Zeiträume abzubilden.

Die Ausweitung der Shapley-Sun-Methode auf Anwendungsfälle mit mehr als zwei Faktoren erfolgt unter Zuhilfenahme der Kombinatorik. Wie zuvor bereits erwähnt, bestehen bei n Faktoren n! verschiedene mögliche partielle Zerlegungen, die alle unterschiedlichen Bewertungsmöglichkeiten der verschiedenen Faktoren in der Basis- oder Folgeperiode in den verschiedenen möglichen Reihenfolgen berücksichtigen (Dietzenbacher und Los, 1998). Dabei bestehen für einen der n Faktoren jedoch nur $2^{n-1} < n!$ tatsächlich unterschiedliche Zerlegungsformen, also verschiedene Möglichkeiten den Koeffizienten der Veränderung dieses Faktors zu berechnen (Seibel, 2003). Dies entspricht den verschiedenen Möglichkeiten, die n-1 übrigen Faktoren zu den beiden möglichen Bewertungszeitpunkten, hier der Basis- oder der Folgeperiode, zu betrachten. Dabei unterscheiden sich die Lösungsmöglichkeiten dadurch, wie viele und welche der n-1 übrigen Faktoren in der Basis- und in der Folgeperiode bewertet werden. Um alle Zerlegungsformen systematisch zu betrachten, werden alle Möglichkeiten durchgegangen, k der n-1 übrigen Faktoren in der Folgeperiode zu bewerten. Für ein gegebenes k – also die Anzahl der n-1 übrigen Faktoren, die in der Folgeperiode bewertet werden – ist die Anzahl der tatsächlich unterschiedlichen Zerlegungsformen dabei gegeben durch (n-1)!/((n-1-k!)k!)). Für die Berechnung des Effekts eines Faktors fließen alle tatsächlich unterschiedlichen Zerlegungsformen dann mit ihrem jeweiligen Gewicht in die Gesamtlösung ein. Das Gewicht jeder Zerlegungsform ist dabei gegeben durch (n-1-k)!k!. Eine ausführliche Beschreibung der Ermittlung und Gewichtung der verschiedenen Zerlegungsformen und der bisherigen Anwendung der Methode in den Physischen UGR wird durch Seibel (2003) gegeben. Eine allgemeinere Beschreibung ist in de Boer und Rodrigues (2020) zu finden.

Exkurs: Beispiel der Shapley-Sun-Methode bei 4 Faktoren

Zur Veranschaulichung wird eine Dekompositionsanalyse mit 4 Faktoren betrachtet, in der die endogene Variable x dem Produkt der Faktoren A, B, C und D entspricht, also x = A · B · C · D ist.

Im Fall von 4 Faktoren gibt es insgesamt 4! = 24 Zerlegungsmöglichkeiten. Von diesen sind für jeden Faktor nur 2^{4-1} = 8 Zerlegungsformen tatsächlich unterschiedlich. Tabelle 1 gibt für ein gegebenes k die Anzahl tatsächlich unterschiedlicher Zerlegungsformen und das Gewicht jeder Form in der Gesamtlösung an.

Tabelle 1
Anzahl unterschiedlicher Zerlegungsformen für n=4

k	Anzahl unterschiedlicher Zerlegungsformen = (n-1)!/((n-1-k!)·k!))	Gewicht = (n-1-k)!·k!
0	1	6
1	3	2
2	3	2
3	1	6

Für die Dekomposition der Veränderung von x in die Effekte der Variablen A, B, C und D:

$$\Delta x = \underbrace{\Delta A \cdot (Koeffizient_A)}_{Effekt\ von\ A} + \underbrace{\Delta B \cdot (Koeffizient_B)}_{Effekt\ von\ B} + \underbrace{\Delta C \cdot (Koeffizient_C)}_{Effekt\ von\ C} + \underbrace{\Delta D \cdot (Koeffizient_D)}_{Effekt\ von\ D}$$

wird der Effekt von A demnach wie folgt berechnet:

$$D_A = \Delta A \cdot \left(\begin{array}{c} B^0 \cdot C^0 \cdot D^0 \cdot \frac{6}{24} + B^t \cdot C^0 \cdot D^0 \cdot \frac{2}{24} + B^0 \cdot C^t \cdot D^0 \cdot \frac{2}{24} + B^0 \cdot C^0 \cdot D^t \cdot \frac{2}{24} + \\ B^t \cdot C^t \cdot D^0 \cdot \frac{2}{24} + B^t \cdot C^0 \cdot D^t \cdot \frac{2}{24} + B^0 \cdot C^t \cdot D^t \cdot \frac{2}{24} + B^t \cdot C^t \cdot D^t \cdot \frac{6}{24} \end{array} \right)$$

Der Koeffizient von A (der Ausdruck in Klammern) wird also gebildet, indem die entsprechend gewichteten (Gewichte siehe Spalte 3 von Tabelle 1) Produkte der übrigen Faktoren B, C und D jeweils bewertet in der Ausgangs- oder der Folgeperiode summiert werden.

Beispielsweise zeigt Tabelle 1 für die Ermittlung des Effekts von A, dass es nur eine Zerlegungsform gibt, in der die Faktoren B, C und D alle in der Basisperiode bewertet werden (k=0). Das Gewicht dieser Zerlegungsform ist 6. Diese Informationen werden in dem ersten Summanden in der Klammer widergespiegelt. Dahingegen stellen der zweite, dritte und vierte Summand in der Klammer alle drei Zerlegungsformen dar, genau einen der übrigen Faktoren in der Folgeperiode zu bewerten (k=1). Jede dieser Zerlegungen hat ein Gewicht von 2. Der fünfte, sechste und siebte Summand enthalten die drei verschiedenen Zerlegungsformen, genau zwei Faktoren in der Folgeperiode zu bewerten (k=2). Auch sie werden mit 2 gewichtet. Der letzte Summand in der Klammer enthält die Zerlegungsform der Bewertung aller Faktoren in der Folgeperiode (k=3), die mit einem Gewicht von 6 einfließt.

Die Effekte von B, C und D werden analog dem Effekt von A ermittelt.

Die Shapley-Sun-Methode generiert ideale Dekompositionen, indem sie die verschiedenen unterschiedlichen Zerlegungsformen entsprechend ihrem Anteil an allen Zerlegungsmöglichkeiten in der Gesamtlösung berücksichtigt. Alternativ werden in der Praxis jedoch auch Verfahren eingesetzt, die nicht alle verschieden Bewertungsmöglichkeiten in Basis- und Folgeperiode ihrem Gewicht entsprechend berücksichtigen und somit Residualterme beinhalten. Bekannte Beispiele hierfür aus dem Bereich der Preisindizes sind der Laspeyres-Index, bei dem die Gewichte aus der Basisperiode stammen, und der Paasche-Index, bei dem mit der Folgeperiode gewichtet wird, es gibt jedoch weitere gängige Zerlegungsverfahren, die Residualterme beinhalten. Die Lösung nach der Shapley-Sun-Methode entspricht im Bereich der Preisindizes dem Fisher-Ansatz, in dem sowohl die Basis- als auch die Folgeperiode die Gewichtung bestimmen.

Die Shapley-Sun-Methode wurde für die Durchführung von Dekompositionsanalysen in den Physischen UGR bislang als bevorzugte Methode eingeschätzt und entsprechend eingesetzt, da sie die verschiedenen methodischen Anforderungen an eine Komponentenzerlegung gut erfüllt. Insbesondere bewirkt sie ideale Dekompositionen ohne unerklärten Residualterm, die Dekompositionen sind auch auf disaggregierter Ebene vollständig und Aggregationskonsistenz ist ebenfalls gegeben (de Boer und Rodrigues, 2020). Für nicht aufeinanderfolgende Jahre wurden die Effekte dabei ermittelt, indem die einzelnen Effekte aller dazwischenliegenden konsekutiven Jahre ermittelt und verkettet werden. Ein grundsätzlicher operativer Nachteil der Shapley-Sun-Methode besteht jedoch darin, dass sie insbesondere mit einer steigenden Anzahl an Faktoren zunehmend komplex und rechenintensiv ist.

3 Die Log Mean Divisia Index 1-Methode

Die Methode des Log Mean Divisia Index 1 (LMDI) stellt die zweite mathematische Herangehensweise dar, um ideale additive Komponentenzerlegungen ohne Residualterm zu berechnen (de Boer und Rodrigues, 2020). Der LMDI entspricht dem gewichteten Mittel der logarithmischen Wachstumsraten der verschiedenen Faktoren (Eurostat, 2019). Dabei wird vor allem auf die Erkenntnis aufgebaut, dass das logarithmierte Verhältnis nach Törnqvist et al. (1985) der einzige „symmetrische, additive und normierte Indikator der relativen Veränderung“ ist. Wird die Veränderung zwischen zwei Zeitpunkten hingegen als prozentuale Veränderung ermittelt, so hängt das Ergebnis davon ab, welcher Zeitpunkt als Basisperiode betrachtet wird. Soll beispielsweise die prozentuale Veränderung zwischen den Werten 10 und 20 ermittelt werden und 10 stellt den Wert in der Basisperiode dar, so entspricht die prozentuale Veränderung (20-10)/10 = 100 %. Ist jedoch umgekehrt 20 der Wert in der Basisperiode, so entspricht sie (10-20)/20 = -50 %. Wird die Veränderung zwischen den beiden Werten mit dem logarithmierten Verhältnis bestimmt, ist das relative Verhältnis unabhängig davon, welcher Wert in der Basisperiode betrachtet wird, denn ln(20/10) = 0,693 und ln(10/20) = -0,693 (Eurostat, 2019). Diese Symmetrie vereinfacht in der Komponentenzerlegung die Berechnung der Effekte der verschiedenen Faktoren.

Im Folgenden wird die Herleitung des LMDI, den Überlegungen von de Boer und Rodrigues (2020) folgend, dargelegt. Als Ausgangspunkt wird dafür die allgemeine Definition des logarithmischen Mittelwerts zweier Zahlen betrachtet, zunächst ohne diese in Bezug zu der Veränderung der endogenen Variablen x zu setzen. Der logarithmische Mittelwert von zwei positiven Zahlen c und d ist allgemeinhin wie in Gleichung (18) definiert:

$$L(c,d) = \frac{c-d}{\ln\left(\frac{c}{d}\right)} \quad (18)$$

Gleichung (18) lässt sich umstellen zu:

$$c - d = L(c,d) \cdot \ln\left(\frac{c}{d}\right) \quad (19)$$

Im Folgenden wird der Bezug dieser allgemeinen Gleichung (19) zur Komponentenzerlegung hergestellt. Wenn nun in Gleichung (19) statt der Zahl c die Variable x bewertet in der Folgeperiode (Zeitpunkt 1) und statt der Zahl d die Variable x bewertet in der Basisperiode (Zeitpunkt 0) betrachtet werden, kann die durch Gleichung (4) definierte Veränderung der Variablen x auch wie folgt ausgedrückt werden:

$$\Delta x = x^t - x^0 = L(x^t, x^0) \cdot \ln\left(\frac{x^t}{x^0}\right) \quad (20)$$

Für den Fall von zwei Faktoren und unter Berücksichtigung der Gleichungen (2) und (3) sowie der Produktregel für Logarithmen lässt sich Gleichung (20) umformen zu:

$$\Delta x = L(x^t, x^0) \cdot \ln\left(\frac{A^t}{A^0}\right) + L(x^t, x^0) \cdot \ln\left(\frac{B^t}{B^0}\right) \quad (21)$$

Der erste Summand auf der rechten Seite von Gleichung (21) kann nun als Effekt D_A von Faktor A definiert werden:

$$D_A = L(x^t, x^0) \cdot \ln\left(\frac{A^t}{A^0}\right) \quad (22)$$

Analog kann der zweite Summand auf der rechten Seite von Gleichung (21) als der Effekt D_B von Faktor B definiert werden:

$$D_B = L(x^t, x^0) \cdot \ln\left(\frac{B^t}{B^0}\right) \quad (23)$$

Insgesamt ergibt sich für den Fall von zwei Faktoren also folgender Zusammenhang:

$$\Delta x = D_A + D_B = L(x^t, x^0) \cdot \ln\left(\frac{A^t}{A^0}\right) + L(x^t, x^0) \cdot \ln\left(\frac{B^t}{B^0}\right) \quad (24)$$

Gleichung (24) stellt für den Fall von zwei Faktoren dar, wie die absolute Veränderung der endogenen Variablen x als die Summe der Effekte der beiden exogenen Faktoren ausgedrückt werden kann. D_A gibt dabei diejenige absolute Veränderung von x an, die auf die Veränderung des exogenen Einflusses A zurückzuführen ist (siehe Gleichung 22). Dahingegen stellt D_B die durch den Einfluss von B hervorgerufene Veränderung in x dar (siehe Gleichung 23).

Für die Verallgemeinerung der LMDI-Methode auf den Fall von n Faktoren bietet Gleichung (25) den Ausgangspunkt, in der die endogene Variable x allgemein als Produkt von n Faktoren F_i ausgedrückt wird. Dies entspricht der verallgemeinerten Form von Gleichung (1).

$$x = \prod_{i=1}^{n} F_i \quad (25)$$

Wird der Effekt von einem Faktor F_i mit DF_i bezeichnet, so kann die absolute Veränderung der endogenen Variablen x als Summe der Effekte der n verschiedenen Faktoren wie in Gleichung (26) ausgedrückt werden (de Boer und Rodrigues, 2020). Dies entspricht einer Verallgemeinerung des ersten Teils von Gleichung (24).

$$\Delta x = x^t - x^0 = \sum_{i=1}^{n} DF_i \quad (26)$$

DF_i, also der Effekt eines Faktors F_i, ist dabei gleich dem Produkt aus dem logarithmischen Mittel der Variablen x in Folge- und Basisperiode und dem Logarithmus des Quotienten des Faktors F_i in Folge- (Dividend) und Basisperiode (Divisor). Gleichung (27) stellt diesen Zusammenhang dar.

$$DF_i = L(x^t, x^o) \cdot ln\left(\frac{F_i^t}{F_i^0}\right) \quad (27)$$

Gleichung (28) gibt dabei an, wie der logarithmische Mittelwert der Variablen x in Folge- und Basisperiode ermittelt wird. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Variable x dem Produkt aller n Faktoren F_i entspricht (siehe Gleichung 25).

$$L(x^t, x^o) = \frac{x^t - x^0}{\ln\left(\frac{x^t}{x^0}\right)} \quad (28)$$

Zusammenfassend besteht für die LMDI-Methode also folgender Zusammenhang zwischen der absoluten Veränderung in der endogenen Variablen x und den n exogenen Faktoren F_i:

$$\Delta x = \sum_{i=1}^{n} DF_i = \sum_{i=1}^{n} L(x^t, x^o) \cdot ln\left(\frac{F_i^t}{F_i^0}\right) = \sum_{i=1}^{n} \frac{x^t - x^0}{\ln\left(\frac{x^t}{x^0}\right)} \cdot ln\left(\frac{F_i^t}{F_i^0}\right) \quad (29)$$

Gleichung (29) legt die Berechnung der Effekte der verschiedenen Faktoren für konsekutive Zeiträume, im Fall der Physischen UGR sind dies Jahre, dar. Die Effekte nicht aufeinanderfolgender Jahre können wie zuvor bereits beschrieben entweder durch die Verkettung der Effekte der dazwischenliegenden aufeinanderfolgenden Jahre oder alternativ durch die ausschließliche Berücksichtigung des ersten und des letzten Jahres des betrachteten Zeitraums ermittelt werden. Wie auch im Fall der Shapley-Sun-Methode wird in den Physischen UGR das erste Verfahren angewendet und die Ergebnisse aufeinanderfolgender Jahre also verkettet, um die Effekte nicht aufeinanderfolgender Jahre zu berechnen.

Da Logarithmen nur für positive Zahlen definiert sind, kann Gleichung (29) immer dann direkt angewendet werden, wenn die Werte eines jeden Faktors entweder nur positiv oder nur negativ sind, da die zu logarithmierenden Quotienten dann in beiden Fällen positiv sind. Wenn die Faktoren jedoch Nullen als Werte enthalten, sind diese zunächst durch sehr kleine, positive Zahlen zu ersetzen, damit Gleichung (29) zu einer Lösung führt. In der Fachliteratur ist diese Vorgehensweise weit etabliert, beispielsweise benennt Eurostat (2019) die „hohe Anpassungsfähigkeit“ der LMDI-Methode im Umgang mit Nullen als einen wesentlichen Vorteil gegenüber anderen Methoden. Auch de Boer und Rodrigues (2020) stellen mit einem Verweis auf Ang und Liu (2007) fest, dass die Werte von Faktoren, die gleich Null sind, in der Praxis durch „kleine positive Zahlen“ ersetzt werden können. Jedoch kann die LMDI-Methode nicht ohne weiteres angewendet werden, wenn eine exogene Variable positive und negative Werte annimmt, also Vorzeichenwechsel innerhalb mindestens eines Faktors vorliegen (de Boer und Rodrigues, 2020), da in diesem Fall der Logarithmus der Quotienten nicht definiert ist. Nach de Boer und Rodrigues (2020) gibt es zwar ein Verfahren, das in diesen Fällen für eine Lösungsfindung eingesetzt werden kann, jedoch schätzten sie es als so wenig praktikabel ein, dass dies den einzigen Fall darstellt, in dem sie von der Verwendung des LMDI für eine additive Komponentenzerlegung abraten. Stattdessen empfehlen sie bei Vorzeichenwechseln innerhalb der Faktoren die Verwendung der Shapley-Sun-Methode. Für die Anwendung des LMDI in den Physischen UGR ist diese Einschränkung jedoch bisher nicht relevant, da in den bisherigen Anwendungsbereichen in den betrachteten Variablen keine Vorzeichenwechsel stattfinden.

Fazit

Die LMDI-Methode bietet gegenüber der Shapley-Sun-Methode den operativen Vorteil, dass die Berechnungen weniger komplex und rechenintensiv sind. Dies ist umso zutreffender, je mehr Faktoren betrachtet werden. Dies liegt darin begründet, dass die LMDI-Methode eine einzige Lösungsmöglichkeit für die Ermittlung des Effekts eines jeden Faktors bietet und gleichzeitig die Anforderung einer idealen Dekomposition erfüllt (de Boer und Rodrigues, 2020). Im Gegensatz dazu müssen bei der Shapley-Sun-Methode die verschiedenen existierenden Einzellösungen ermittelt und ihren Gewichten entsprechend zu einer Gesamtlösung kombiniert werden, um eine vollständige Dekomposition zu erhalten, weshalb die praktische Implementierung komplexer ist. Abgesehen davon, dass beide Methoden zu idealen Dekompositionen ohne Residualterm führen, erfüllen sie auch die beiden weiteren wünschenswerten konzeptionellen Eigenschaften von Komponentenzerlegungen, dass auch die Ergebnisse disaggregierter Ebenen vollständig sind und Aggregationskonsistenz vorliegt, gleichermaßen gut (de Boer und Rodrigues, 2020). Im Vergleich der beiden Verfahren besteht der einzige Nachteil der LMDI-Methode darin, dass sie bei Vorzeichenwechseln innerhalb eines oder mehrerer Faktoren nicht ohne weiteres einsetzbar ist.

Aufgrund der operativen Vorteile wurde die LMDI-Methode in der Fachliteratur in den letzten Jahrzenten zunehmend verwendet und empfohlen, während die Anwendung der Shapley-Sun-Methode zurückgegangen ist (Eurostat, 2019). Vor diesem Hintergrund wird die LMDI-Methode künftig die methodische Grundlage für die Durchführung von additiven Dekompositionsanalysen in den Physischen UGR bilden. Da die Ergebnisse der LMDI- und der Shapley-Sun-Methode annähernd identisch sind, werden die bisherigen Ergebnisse nicht systematisch revidiert.

Hinsichtlich der Interpretation der Ergebnisse ist zu berücksichtigen, dass das Berechnungsverfahren enge Grenzen für die Ergebnisfindung setzt. Zum einen wird als Ausgangspunkt für die Dekompositionsanalyse vorgegeben, welche exogenen Faktoren als Einflussgrößen berücksichtigt werden. Darüber hinaus ist das Verfahren so angelegt, dass die Veränderung der endogenen Variable vollständig auf die Veränderungen in den exogenen Faktoren zurückgeführt wird. Eine Möglichkeit den Einfluss gegebenenfalls weiterer, im Verfahren nicht berücksichtigter, Einflussgrößen beispielsweise über eine geschätzte Restgröße zu ermitteln, besteht im Gegensatz zur Regressionsanalyse nicht. Daher sollte der Fokus bei der Ergebnisinterpretation eher auf der Relation der verschiedenen exogenen Einflüsse zueinander, als auf der absoluten Höhe der einzelnen Einflüsse liegen.

Literaturverzeichnis

Ang, B.W. & N. Liu (2007): Handling zero values in Logarithmic Mean Divisia Index decomposition approach. Energy Policy, 35, 238-246.

Ang, B.W. & Zhang, F.Q. (2000): A survey of index decomposition analysis in energy and environmental studies. Energy, 25, 1149-1176.

De Boer, P. & Rodrigues, J. F. D. (2020): Decomposition analysis: when to use which method?, Economic Systems Research, 32:1, 1-28.

De Haan, M. (2000): Decomposing annual changes in pollution according to their causes: A NAMEA time series analysis. Final report to Eurostat and the Directorate General for the Environment concerning the project „The further development of the NAMEA and its application in the Netherlands“ module 2, ref.no. 98/562/2040/B4/MM, Statistics Netherlands.

Dietzenbacher, E. & Los, B. (1998): Structural decomposition techniques: sense and sensitivity. Economic Systems Research, 10:4, 307-324.

Eurostat (2015): Manual for air emission accounts. Eurostat – Manuals and guidelines. Luxembourg: Publications Office of the European Union.

Eurostat (2019): Guidelines for index decomposition analyses (IDA) based on air emissions accounts. Technical Note, EEEA/2019/01, Entwurfsfassung.

Seibel, S. (2003): Decomposition Analysis of Carbon Dioxide Emission Changes in Germany – Conceptual Framework and Empirical Results. European Commission. Working Papers and Studies.

Törnqvist, L., Vartia, P. & Vartia Y. (1985): How should relative change be measured? The American Statistician, 39, 43-46.

UN (United Nations) (2017): System of Environmental-Economic Accounting 2012 – Applications and Extensions. New York.