

Berechnung von Generationensterbetafeln

Methodische Erläuterungen zur Berechnung von
Generationensterbetafeln für Deutschland



1871 bis 2004

Erscheinungsfolge: unregelmäßig
Erschienen am 24.09.2012

Weitere Informationen zur Thematik dieser Publikation unter:
Telefon: +49 (0) 611 75 4866 ; Fax: +49 (0) 611 75 3069 ;
www.destatis.de/Kontakt

© Statistisches Bundesamt, Wiesbaden 2012

Vervielfältigung und Verbreitung, auch auszugsweise, mit Quellenangabe gestattet.

Auszug aus Generationensterbetafeln für Deutschland
Modellrechnungen für die Geburtsjahrgänge 1871-2004

1 Einführung

Generationensterbetafeln, auch als Kohorten- oder Längsschnitttafeln bezeichnet, dienen der Betrachtung der Sterblichkeit und der Lebenserwartung von Geburtsjahrgängen. Eine Generationensterbetafel bildet den gesamten Sterblichkeitsverlauf der Angehörigen des entsprechenden Geburtsjahrgangs von der Geburt bis zum Tod ab und zeigt so die spezifischen Merkmale dieses Geburtsjahrgangs auf. Damit handelt es sich bei der Generationensterbetafel um eine Längsschnittbetrachtung, die von der Querschnittsbetrachtung einer Periodensterbetafel unterschieden werden muss. Die Periodensterbetafel stellt die Sterblichkeitsverhältnisse der gesamten Bevölkerung aus einem oder mehreren Kalenderjahren dar und bezieht damit alle in dieser Periode gleichzeitig lebenden Geburtsjahrgänge ein. Die Periodensterbetafel beinhaltet also eine Momentaufnahme der im betrachteten Zeitraum herrschenden Bedingungen. Periodensterbetafeln werden vom Statistischen Bundesamt in regelmässigen Abständen berechnet, wobei die erste allgemeine Periodensterbetafel bereits im Deutschen Reich für den Zeitraum von 1871 bis 1881 erstellt wurde.¹⁾ Die Berechnung von Generationensterbetafeln ist hingegen aufgrund der benötigten Daten problematisch und vom Statistischen Bundesamt erstmals im Jahr 2005 durchgeführt worden.

Die Voraussetzung für die Berechnung einer Generationensterbetafel ist die Kenntnis aller Lebenden und Gestorbenen in den einzelnen Altersjahren des entsprechenden Geburtsjahrgangs. Dementsprechend müssen alle Angehörigen des Geburtsjahrgangs bereits verstorben sein, was in der Regel über hundert Jahre dauert. Sind alle Angehörigen des Geburtsjahrgangs verstorben, kann die entsprechende Generationensterbetafel berechnet werden, vorausgesetzt die Vollständigkeit aller Gestorbenen und Lebenden in allen Altersjahren ist gewährleistet. Deshalb ist die Erstellung von Generationensterbetafeln zunächst auf die Geburtsjahrgänge von vor 1900 begrenzt, da diese erst als ausgestorben gelten können. Um auch jüngere Jahrgänge einbeziehen zu können, müssen die noch fehlenden Altersjahre durch Schätzungen mit Hilfe eines mathematischen Modells ergänzt werden. Diese Schätzungen werden jedoch bei zunehmend jüngeren Jahrgängen immer unsicherer. Zudem kann in der Praxis die Voraussetzung der Vollständigkeit aller Gestorbenen und Lebenden in jedem Altersjahr aufgrund der Wanderungsbewegungen nie genau erfüllt werden. Die Zusammensetzung eines Geburtsjahrgangs ändert sich im Zeitablauf, weil Personen aus anderen Gebieten mit unterschiedlicher Sterblichkeit hinzukommen und Angehörige des Geburtsjahrgangs diesen durch Wegzug verlassen. Deutschland ist durch seine geschichtliche Entwicklung hiervon besonders stark betroffen. Die beiden Weltkriege haben zu erheblichen Gebietsveränderungen und Wanderungsbewegungen geführt und darüber hinaus Lücken in der Bevölkerungsstatistik hinterlassen. Insbesondere für die letzten Kriegsjahre des zweiten Weltkriegs liegen keine detaillierten Statistiken mehr über die Lebenden und Gestorbenen vor. Auch gibt es bis heute keine genauen Zahlen über die Gefallenen des zweiten Weltkriegs. Nach dem zweiten Weltkrieg ist es durch die Teilung Deutschlands zusätzlich zu einer unterschiedlichen Entwicklung der Sterblichkeit und Lebenserwartung in den Gebieten des früheren Bundesgebietes und der ehemaligen DDR gekommen, die sich erst seit der Wiedervereinigung von 1990 wieder angleicht.

¹⁾ Für eine Beschreibung der Periodensterbetafeln siehe Eisenmenger, M. (2005): S. 463ff. Eine Sammlung von Periodensterbetafeln seit 1871/1881 befindet sich in der folgenden Veröffentlichung: Statistisches Bundesamt (2004), <http://www.ec.destatis.de>.

Damit wird deutlich, dass sich insbesondere die älteren Geburtsjahrgänge in Deutschland in ihrer heutigen Zusammensetzung von der bei Geburt unterscheiden. Folglich verändert sich auch die Sterblichkeit und Lebenserwartung eines Geburtsjahrgangs, weshalb Generationensterbetafeln nur die Sterblichkeit und Lebenserwartung einer Personengesamtheit abbilden können, die als Geburtsjahrgang im Deutschen Reich bzw. im früheren Bundesgebiet und der ehemaligen DDR gelebt hat. Es kann also nicht ausschließlich die Sterblichkeit und Lebenserwartung der Personen gemessen werden, die in einem bestimmten Jahr in einem bestimmten Gebiet geboren wurden. Bei jüngeren Geburtsjahrgängen, die noch nicht ausgestorben sind, wird darüber hinaus die Sterblichkeit und Lebenserwartung durch die notwendige Schätzung der noch fehlenden Altersjahre beeinflusst. Je jünger der Geburtsjahrgang ist, desto weniger beruht die Generationensterbetafel auf beobachteten Werten, sondern immer mehr auf der Extrapolation des Sterblichkeitstrends. Aufgrund der Rekonstruktion der Datenlücken und der Schätzung fehlender Altersjahre sind die Generationensterbetafeln für Deutschland als Modellrechnung anzusehen und dementsprechend zu interpretieren.

Trotz der beschriebenen Probleme stellt die Berechnung von Generationensterbetafeln eine wichtige Ergänzung zu den Periodensterbetafeln dar. Mit Generationensterbetafeln kann der Frage nachgegangen werden, wie alt Personen im Durchschnitt tatsächlich werden können und welche Ereignisse für den Geburtsjahrgang langfristige Folgen haben, wie beispielweise die Geburt oder das Erreichen des Wehrpflichtalters in Kriegsjahren. Periodensterbetafeln geben nur die Sterblichkeitsverhältnisse aller Personen innerhalb eines Beobachtungszeitraumes an und eignen sich gut, bestimmte Ereignisse in diesem Zeitraum abzubilden, wie beispielweise die außergewöhnlich starke Grippewelle zum Jahreswechsel 1969/1970. Periodensterbetafeln beinhalten jedoch keine Aussagen über die Zukunft, während Generationensterbetafeln die Frage beantworten können, welche durchschnittliche Lebenserwartung ein heute Neugeborener unter Berücksichtigung des geschätzten Sterblichkeitstrends erreichen kann. In einem Umfeld stetig steigender Lebenserwartung unterschätzen Periodensterbetafeln somit die tatsächliche durchschnittliche Lebenserwartung jüngerer Jahrgänge.

Versuche zur Berechnung von Generationen- bzw. Kohortensterbetafeln für Deutschland wurden unter anderem schon von *Höhn*, *Dinkel* und *Bomsdorf* unternommen. *Höhn* hat hierzu die Sterbewahrscheinlichkeiten der seit 1871/1881 veröffentlichten Periodensterbetafeln miteinander verknüpft.²⁾ Mit der Verkettungsmethode entfällt die aufwendige Neuberechnung der Sterbewahrscheinlichkeiten, zumal die notwendigen Ausgangsdaten über die Gestorbenen und Lebenden erst seit 1952 verfügbar sind. So kann beispielsweise für den Geburtsjahrgang 1961 die Säuglingsterblichkeit aus der Periodensterbetafel 1960/1962 verwendet werden, die Sterbewahrscheinlichkeit für das Alter 1 aus der Periodensterbetafel 1961/1963 usw. In den Jahren, in denen keine Periodensterbetafeln veröffentlicht wurden, hat *Höhn* die Sterbetafeln jeweils in der Mitte des Zeitraums gewechselt. *Dinkel* hat die Berechnung der Generationen- bzw. Kohortensterbetafeln weiter verfeinert, indem er die Sterbewahrscheinlichkeiten mit der Methode der kubischen Splines geglättet und in den Jahren, in denen keine Sterbetafelwerte existieren, die Sterbewahrscheinlichkeiten durch Neuberechnung oder Schätzungen über altersspezifische

²⁾ Siehe Höhn, C. (1984): S.117ff.; Höhn, C. (1996): S.45 ff.

Sterbeziffern ergänzt hat.³⁾ *Höhn* und *Dinkel* haben mit ihren Berechnungen versucht, die Geburtsjahrgänge mit den vorhandenen Daten zu rekonstruieren, was nur für entsprechend alte Geburtsjahrgänge sinnvoll ist. So hat *Höhn* die Generationen- bzw. Kohortensterbetafeln von 1870 bis 1950 (in 10-Jahres Abständen) und *Dinkel* von 1900 bis 1962 berechnet.

Einen anderen Ansatz hat hingegen *Bomsdorf* gewählt, der mit seinen Modellrechnungen für die Generationensterbetafeln von 1933 bis 2003 seinen Blick auf die jüngeren Geburtsjahrgänge gerichtet hat. *Bomsdorf* hat hierzu in jeder Altersstufe eine exponentielle Trendfortschreibung der Sterbewahrscheinlichkeiten aus allen allgemeinen deutschen Sterbetafeln von 1871/1881 bis 1986/1988 durchgeführt, um untersuchen zu können, wie alt noch lebende Geburtsjahrgänge möglicherweise werden.⁴⁾ Eine weitere Trendberechnung hat *Bomsdorf* zur möglichen Entwicklung der Lebenserwartung in Deutschland bis 2050 vorgestellt und hierbei die Lebenserwartung zukünftiger Geburtsjahrgänge geschätzt.⁵⁾

In der hier vorliegenden Berechnung der Generationensterbetafeln wurde versucht, beide Sichtweisen zu vereinen, um ein umfassendes Bild der Entwicklung der Sterblichkeit und der Lebenserwartung der Geburtsjahrgänge von 1871 bis 2004 unter Berücksichtigung der beschriebenen Restriktionen zu erhalten. Dies bedeutet jedoch auch, dass für jeden Geburtsjahrgang seit 1871 eine eigene Sterbetafel berechnet werden muss. Der Zeitraum von 1871 bis 2004 wurde gewählt, da 1871 das Deutsche Reich gegründet und die erste allgemeine Sterbetafel für Deutschland für den Zeitraum von 1871 bis 1881 veröffentlicht wurde. Da die letzten Daten der amtlichen Statistik zum Zeitpunkt der Erstellung bis zum Jahr 2004 reichten, wurde der Geburtsjahrgang 2004 als Abschluss gewählt. Der Geburtsjahrgang 2004 ist zugleich der erste Geburtsjahrgang, der aufgrund der Berechnungsmethode keine empirischen Daten mehr enthält. Weil die Sterblichkeitsverhältnisse und die Lebenserwartung sich nach dem zweiten Weltkrieg durch die Teilung Deutschlands unterschiedlich entwickelt haben, wurden in der letzten Berechnung getrennte Generationensterbetafeln für das frühere Bundesgebiet und für Deutschland insgesamt aufgestellt. In dieser Veröffentlichung wurde auf die Darstellung der Generationensterbetafeln für Deutschland insgesamt verzichtet, um eine weitere Trendvariante aufnehmen zu können. Dies kann aufgrund der geringen Unterschiede in der Lebenserwartung zwischen den Generationensterbetafeln für Deutschland und dem früheren Bundesgebiet vertreten und mit der konsistenteren Entwicklung der Geburtsjahrgänge im früheren Bundesgebiet begründet werden. Für zukünftige Geburtsjahrgänge wird die Trennung der Gebietsstände immer weniger relevant sein, da sich seit der Wiedervereinigung eine Angleichung der Lebenserwartung vollzieht.

³⁾ Siehe Dinkel, R. H. (1984): S. 477 ff.; Dinkel, R. H. (1992): S. 95 ff.; Dinkel, R. H. (1996): S. 27 ff.

⁴⁾ Siehe Bomsdorf, E. (1996): S. 67 ff.; Bomsdorf, E. (2002): S. 13 ff.

⁵⁾ Siehe Bomsdorf, E. (2004): S. 159 ff.

2 Berechnungsmethoden und Datengrundlage

Ausgangspunkt der Berechnung einer Sterbetafel, gleichgültig ob Generationsterbetafel oder Periodensterbetafel, sind die Sterbewahrscheinlichkeiten nach Alter und Geschlecht. Die Sterbewahrscheinlichkeit q_x ist definiert als die Wahrscheinlichkeit, im Alter x vor Vollendung des nächsten Lebensjahres $x+1$ zu sterben. Alle weiteren Tafelfunktionen bis hin zu der durchschnittlichen Lebenserwartung ergeben sich aus den Sterbewahrscheinlichkeiten.

2.1 Geburtsjahrmethode und Verkettung von Periodensterbewahrscheinlichkeiten

Die Sterbewahrscheinlichkeiten für die Generationensterbetafeln können entweder wie eingangs beschrieben aus den vorhandenen Periodensterbetafeln entnommen und nach der Verkettungsmethode angeordnet (siehe Abbildung 1) oder vollständig Neuberechnet werden.

Abb. 1: Verkettungsmethode – Beispiel für den Geburtsjahrgang 1900

Alter	Periodensterbewahrscheinlichkeiten $q_{b,x}$							
	1900	1901	1902	1903	1999	2000
0	$q_{1900,0}$	$q_{1901,0}$	$q_{1902,0}$	$q_{1903,0}$	$q_{1999,0}$	$q_{2000,0}$
1	$q_{1900,1}$	$q_{1901,1}$	$q_{1902,1}$	$q_{1903,1}$	$q_{1999,1}$	$q_{2000,1}$
2	$q_{1900,2}$	$q_{1901,2}$	$q_{1902,2}$	$q_{1903,2}$	$q_{1999,2}$	$q_{2000,2}$
3	$q_{1900,3}$	$q_{1901,3}$	$q_{1902,3}$	$q_{1903,3}$	$q_{1999,3}$	$q_{2000,3}$
.								
.								
.								
99	$q_{1900,99}$	$q_{1901,99}$	$q_{1902,99}$	$q_{1903,99}$	$q_{1999,99}$	$q_{2000,99}$
100	$q_{1900,100}$	$q_{1901,100}$	$q_{1902,100}$	$q_{1903,100}$	$q_{1999,100}$	$q_{2000,100}$

Quelle: Statistisches Bundesamt, in Anlehnung an *Bomsdorf* (2002) S.17

Eine Neuberechnung hat den Vorteil, dass sich die Sterbewahrscheinlichkeiten auch auf den entsprechenden Geburtsjahrgang beziehen, während dies bei den Sterbewahrscheinlichkeiten vieler Periodensterbetafeln aufgrund der Berechnungsmethode nicht der Fall ist. Das logisch richtige Rechenverfahren, das für die Berechnung von Generationen- bzw. Kohortensterbewahrscheinlichkeiten verwendet werden muss, ist die Geburtsjahrmethode *nach Becker-Zeuner*. Die Mehrzahl der Periodensterbetafeln basiert jedoch auf der Sterbeziffermethode nach *Farr*. Abbildung 2 und die Formeln zeigen, warum die Geburtsjahrmethode einzusetzen ist. Zudem beziehen sich die Sterbewahrscheinlichkeiten der Periodensterbetafeln in der Regel auf drei Beobachtungsjahre, womit sie dem mittlerem Jahr zugeordnet werden müssen.

Bei der Berechnung der Sterbewahrscheinlichkeiten mit der Geburtsjahrmethode nach *Becker-Zeuner* werden die im Alter x bis unter $x+1$ Jahren Gestorbenen eines Geburtsjahrgangs, die sich auf zwei Beobachtungsjahre verteilen, auf die Lebenden des Geburtsjahrgangs bezogen, die das Alter x erreichen.⁶⁾

$$q_{g,x} = \frac{M_{g,a}}{V_{g,x}} \quad \text{oder näherungsweise} \quad q_{g,x} \approx \frac{M_{g,a,b} + M_{g,a,b+1}}{V_{a,z_2} + M_{g,a,b}} \quad (\text{ohne Wanderungen})$$

- $q_{g,x}$: altersspezifische Sterbewahrscheinlichkeit des Geburtsjahrgangs g
- $M_{g,a}$: Gestorbene des Geburtsjahrgangs g des Altersjahres a
- $V_{g,x}$: Lebende des Geburtsjahrgangs g , die das Alter x erreichen
- $M_{g,a,b}$: Gestorbene des Geburtsjahrgangs g und des Altersjahres a im Beobachtungsjahr b
- V_{a,z_2} : Lebende des Altersjahres a zum Zeitpunkt z_2 (31.12. des Beobachtungsjahres b)

Eine Ausnahme bildet die Berechnung der Sterbewahrscheinlichkeit im ersten Lebensjahr, die gesondert nach Geburts- und Sterbemonaten berechnet wird. Der Grund liegt darin, dass sich die Sterbefälle der Säuglinge auf die ersten Lebenstage, -wochen und -monate konzentrieren und sich nicht gleichmässig über das Jahr verteilen.

Die Sterbeziffermethode nach *Farr* bezieht hingegen sämtliche im Alter x bis unter $x+1$ Gestorbene eines Beobachtungsjahres auf die durchschnittliche Bevölkerung im Alter x bis unter $x+1$ zuzüglich der Hälfte der Gestorbenen.⁷⁾

$$q_{b,x} \approx \frac{M_{a,b}}{V_{a,b} + \frac{M_{a,b}}{2}}$$

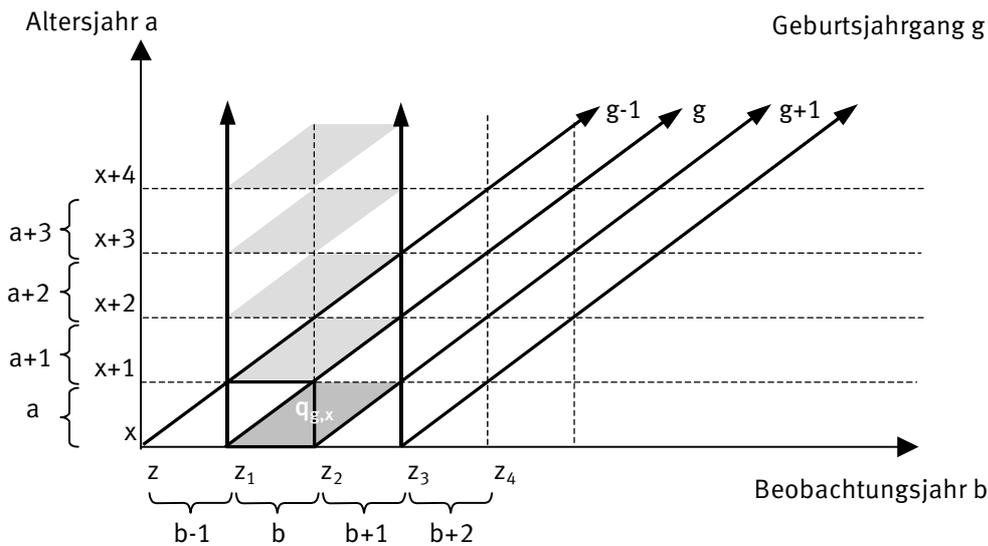
- $q_{b,x}$: altersspezifische Sterbewahrscheinlichkeit im Beobachtungsjahr b
- $M_{a,b}$: Gestorbene des Altersjahres a im Beobachtungsjahr b
- $V_{a,b}$: durchschnittliche Anzahl der Lebenden des Altersjahres a im Beobachtungsjahr b

Grafisch lassen sich die Formeln in Abbildung 2 nachvollziehen. Das grau unterlegte Trapez $[a,b/b+1]$ repräsentiert die Personengesamtheit, auf die sich die einjährige Sterbewahrscheinlichkeit nach der Geburtsjahrmethode bezieht, das Quadrat $[a,b]$ hingegen entsprechend die Personengesamtheit nach der Sterbeziffermethode. Der Querschnitt durch die Geburtsjahrgänge führt wieder zu der Periodensicht.

⁶⁾ Für die Geburtsjahrmethode siehe Statistisches Bundesamt (1991): S. 8; Flaskämper, P. (1962): S. 351 ff.

⁷⁾ Für die Sterbeziffermethode siehe Statistisches Bundesamt (1991): S. 8 f; Flaskämper, P. (1962): S. 365 ff.

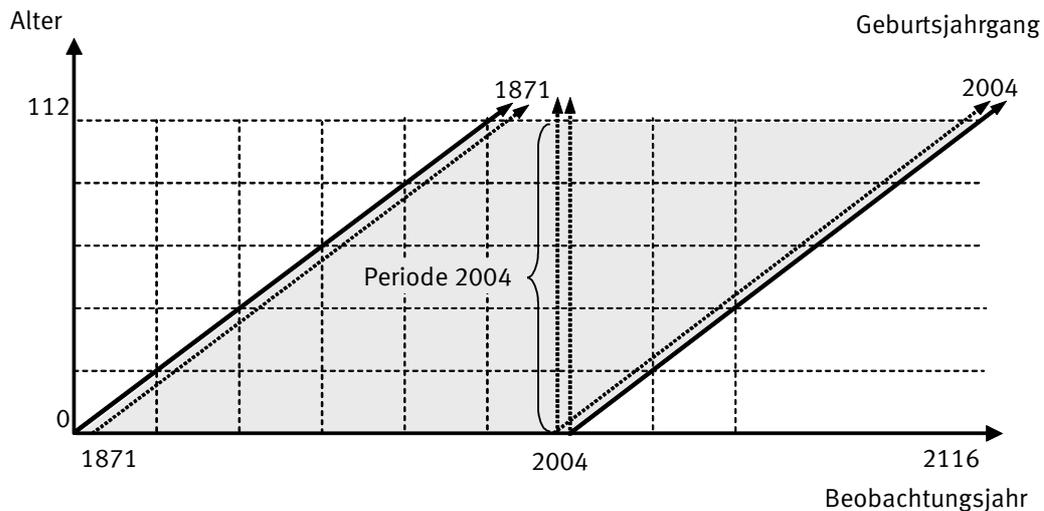
Abb. 2: Kohorten- und Periodenreihung nach der Geburtsjahrmethode



Quelle: Statistisches Bundesamt

Liegen für alle Beobachtungsjahre die Gestorbenen nach Alters- und Geburtsjahren vor, sowie der Bevölkerungszustand nach Alter zum Ende bzw. Anfang des Jahres, dann können unter Einbezug der Wanderungen die Sterbewahrscheinlichkeiten mit der Geburtsjahrmethode neu berechnet werden. Es ist allerdings offensichtlich, dass dies für den langen Zeitraum von 1871 bis 2004 nicht vollständig durchführbar ist, weshalb nach wie vor auch das Verkettungsverfahren eingesetzt werden muss. Abbildung 3 gibt einen Überblick über die benötigten Sterbewahrscheinlichkeiten, wobei deutlich wird, dass für die noch lebenden Geburtsjahrgänge umfangreiche Modellrechnungen notwendig sind. So müssen für den letzten Geburtsjahrgang 2004 die Sterbewahrscheinlichkeiten bis zum Jahr 2116 vorliegen, wenn angenommen wird, dass der Geburtsjahrgang nach der Altersstufe von 112 Jahren abgeschlossen ist.

Abb. 3: Kohorten- und Periodensterbewahrscheinlichkeiten in der Modellrechnung



Quelle: Statistisches Bundesamt

2.2 Rekonstruktion der Sterbewahrscheinlichkeiten aus den vorhandenen Daten

Eine Neuberechnung der einjährigen Sterbewahrscheinlichkeiten nach der Geburtsjahrmethode konnte für den Zeitraum von 1952 bis 2003 für das frühere Bundesgebiet durchgeführt werden. Die Bevölkerung nach Alters- und Geburtsjahren zum Jahresende lag zum Zeitpunkt der Erstellung der Generationensterbetafeln von 1950 bis 2003 für das frühere Bundesgebiet bis zu der Altersstufe von 90 bzw. 95 Jahren und älter vor. Die Gestorbenen nach Alters- und Geburtsjahren lagen hingegen von 1952 bis 2003 vor. Die Wanderungen über die Grenzen Deutschlands nach Geburtsjahren konnten für das frühere Bundesgebiet ab dem Jahr 1958 verwendet werden. Ab dem Jahr 1990 steht die Aussenwanderungsstatistik nur noch für Deutschland insgesamt zur Verfügung.⁸⁾ Die Säuglingssterblichkeit konnte nicht neu berechnet werden, weshalb für das frühere Bundesgebiet von 1960 bis 2000 die vorhandenen Werte aus der Sterbejahrmethode nach *Raths* eingesetzt wurden. Eine Beispielrechnung für das Jahr 2002 hat gezeigt, dass die Abweichung zwischen den unterschiedlichen Methoden gering ist und sich kaum auf die Lebenserwartung auswirkt.

Für die Jahre vor 1952 mussten die einjährigen Sterbewahrscheinlichkeiten aufwendig rekonstruiert und geschätzt werden. Hierzu konnten zunächst die allgemeinen Sterbetafeln von 1871/1881, 1881/1890, 1891/1900, 1901/1910, 1910/1911, 1924/1926 und 1932/1934 für das Deutsche Reich sowie die Behelfssterbetafel 1946/1947 für das Vereinigte Wirtschaftsgebiet und die allgemeine Sterbetafel 1949/1951 für das frühere Bundesgebiet eingesetzt werden. Die allgemeinen Sterbetafeln decken damit den Zeitraum von 1871 bis 1911 ab. Für die Jahre 1901 bis 1939 sowie 1946 bis 1950 wurden zusätzlich aus den Jahresstatistiken die 5-jährigen Sterbeziffern sowie die Säuglingssterblichkeit nach Geschlecht zusammengetragen. Damit bleibt noch eine Datenlücke von 1940 bis 1945 bestehen und die Frage, wie mit der Sterblichkeit während des ersten und zweiten Weltkrieges umgegangen werden soll.

Abb. 4: Allgemeine Sterbetafeln seit 1871/1881

Allgemeine Sterbetafel	Berechnungsmethode der Sterbewahrscheinlichkeiten	
1871/1881	Geburtsjahrmethode nach Becker-Zeuner	} Deutsches Reich 1871 bis 1945
1881/1890	Sterbejahrmethode nach Raths	
1891/1900	Sterbejahrmethode nach Raths	
1901/1910	Sterbejahrmethode nach Raths	
1910/1911	Geburtsjahrmethode nach Becker-Zeuner	
1924/1926	Sterbejahrmethode nach Raths	
1932/1934	Geburtsjahrmethode nach Becker-Zeuner	} Bundesrepublik Deutschland, Gebietsstand vor dem 3. Oktober 1990
1949/1951	Geburtsjahrmethode nach Becker-Zeuner	
1960/1962	Sterbejahrmethode nach Raths	
1970/1972	Sterbeziffermethode nach Farr	
1986/1988	Sterbeziffermethode nach Farr	

Quelle: Statistisches Bundesamt

⁸⁾ Mit Hilfe einer Sonderaufbereitung ist es jedoch möglich, die Aussenwanderungen nach Geburtsjahren dem früheren Bundesgebiet und den neuen Ländern nachträglich zuzuordnen.

Eine grundsätzliche Frage hinsichtlich der Sterblichkeit während des ersten und zweiten Weltkrieges ist, ob die durch Kriegsaktivitäten verursachte Sterblichkeit bei den Militärangehörigen berücksichtigt werden sollte oder nicht. Mit dem Ziel, den Sterblichkeitsverlauf und die Lebenserwartung von Geburtsjahrgängen historisch genau abzubilden, muss die gesamte Kriegssterblichkeit miteinbezogen werden. Ist das Ziel jedoch die Beobachtung der langfristigen Entwicklung der Geburtsjahrgänge und die Ableitung eines Sterblichkeitstrends, dann sollten irreguläre Schwankungen ausgeschlossen werden. Aus diesem Grund wurden die Generationensterbetafeln für Männer sowohl mit als auch ohne die gestorbenen Militärangehörigen berechnet. Die durch den Krieg verursachte erhöhte Sterblichkeit der Zivilbevölkerung fließt allerdings in allen Generationensterbetafeln mit ein. Die Variante A der Modellrechnung beinhaltet somit die Sterblichkeit der Militärangehörigen (hier als vollständige Kriegssterblichkeit bezeichnet) für die männlichen Geburtsjahrgänge von 1871 bis 1950. In der Variante B der Modellrechnung wird die Sterblichkeit der männlichen und weiblichen Zivilbevölkerung der Geburtsjahrgänge von 1871 bis 2004 betrachtet. Bis zur Teilung Deutschlands werden die Sterblichkeitsverhältnisse des Deutschen Reichs angesetzt.

Von 1871 bis 1911 wurde die Verkettungsmethode auf Grundlage der allgemeinen Sterbetafeln angewendet, wobei die allgemeinen Sterbetafeln hier oft nur einen 10-jährigen Zeitraum abdecken und die Sterbewahrscheinlichkeiten deswegen linear interpoliert wurden, um Brüche zwischen den langen Zeiträumen zu vermeiden. Die Originalwerte der allgemeinen Sterbetafeln wurden hierzu jeweils in der Mitte des Zeitraums angesetzt. In den Jahren ab 1912, in denen keine allgemeinen Sterbetafeln vorlagen, wurden mit den 5-jährigen Sterbeziffern und der Säuglingssterblichkeit wieder einjährige Sterbewahrscheinlichkeiten geschätzt. Dazu wurden aus den 5-jährigen Sterbeziffern zunächst wieder Sterbewahrscheinlichkeiten berechnet und mit Hilfe der Verteilung der Sterbewahrscheinlichkeiten der dazwischenliegenden allgemeinen Sterbetafeln (1910/1911, 1924/1926, 1932/1934, Behelfsterbetafel 1946/1947) einjährige Sterbewahrscheinlichkeiten gebildet. Für die Zeit des ersten Weltkrieges von 1914 bis 1918 wurde bei den Männern die geschätzte Sterbewahrscheinlichkeit der Militärpersonen herausgerechnet, um Generationensterbetafeln mit ziviler Sterblichkeit zu erhalten.⁹⁾ Der zweite Weltkrieg und die nationalsozialistische Verfolgung stellen jedoch ein kaum lösbares Problem dar, so dass allenfalls nur grobe Schätzungen der Sterblichkeit vorgenommen werden konnten. Hinsichtlich der Sterblichkeit der Zivilpersonen wurde angenommen, dass sich die Kriegseinflüsse erst gegen Ende des Krieges massiv auf die Zivilbevölkerung ausgewirkt haben.¹⁰⁾ In den ersten Kriegsjahren dürfte die Sterblichkeit aus diesem Grund kaum angestiegen sein, während sie 1945 gegen Ende des Krieges als Folge des Luftkrieges der Alliierten und der schlechten Versorgungslage den höchsten Stand erreicht haben dürfte. Ähnlich wie bei *Dinkel* wurde die Sterblichkeit der Zivilbevölkerung von 1940 bis 1942 auf dem Stand von 1939 belassen, 1943 in allen Alterstufen auf 110%, 1944 auf 125% und 1945 schließlich auf 150% der Werte von 1939 gesetzt und mit der Behelfsterbetafel von 1946/1947 verglichen.¹¹⁾ Für die Schätzung der Sterblichkeit mit den gestorbenen Militärpersonen wurden eine Bevölkerungsbilanz des zweiten Weltkrieges sowie die standesamtlich beurkundeten Kriegssterbefälle und gerichtliche Todeserklärungen in den Jahren

⁹⁾ In Heinel (1927) finden sich Angaben über die Sterbefälle der Militärpersonen von 1914 bis 1919.

¹⁰⁾ Personen, die in Konzentrationslagern und durch die Euthanasie umgebracht wurden, sind zum Teil in der Sterblichkeit der Zivilbevölkerung enthalten.

¹¹⁾ Siehe Dinkel, R. H. (1992): S. 102.

1939 bis 1954 herangezogen.¹²⁾ Die Bevölkerungsbilanz weist geschätzte 3,76 Millionen Wehrmachtstote nach, die auf Grundlage der standesamtlichen und gerichtlichen Todeserklärungen den Altersjahren zugewiesen und entsprechend dem Kriegsverlauf über die Beobachtungsjahre aufgeteilt wurden.

Als Ergebnis liegen die Sterbewahrscheinlichkeiten für die Periode von 1871 bis 2003 je nach Ausgangsdaten mindestens bis zu der Altersstufe von 90 Jahren vor. Das Endalter, in dem ein Geburtsjahrgang als ausgestorben gilt, wurde mit 112 Jahren festgelegt, so dass für die Berechnung der Generationensterbetafeln die noch benötigten Sterbewahrscheinlichkeiten ergänzt werden mussten. Hierzu wurde einerseits die Methode der Extinct Generations und andererseits die Methode zur Erweiterung der Sterbetafel in dem Altersbereich von 90 bis 100 Jahren eingesetzt.¹³⁾ Mit der Methode der Extinct Generations wurden für die Geburtsjahrgänge 1871 bis 1901 die Sterbewahrscheinlichkeiten größtenteils bis zu der Altersstufe von 98 Jahren berechnet. Mit der Methode zur Erweiterung der Sterbetafel wurden die geglätteten Sterbewahrscheinlichkeiten für das frühere Bundesgebiet der Periode 2003 bis zum Alter von 112 Jahren extrapoliert und anschließend mit Hilfe der ermittelten Wachstumsrate die Sterbewahrscheinlichkeiten der Periode von 1961 bis 2003 ergänzt. Die Sterbewahrscheinlichkeit im Alter von 90 Jahren in der Periode 1961 entspricht hierbei der Sterbewahrscheinlichkeit des Geburtsjahrgangs 1871 im gleichen Alter.

Die Sterbewahrscheinlichkeiten liegen somit für die Periode von 1871 bis 1951 rekonstruiert vor und für die Periode von 1952 bis 2003 als Neuberechnung nach der Geburtsjahrmethode. Der Geburtsjahrgang bzw. die Kohorte 1871 enthält demnach bis zu der Altersstufe von 80 Jahren die rekonstruierten Werte, im Alter von 81 bis 94 Jahren die Neuberechneten Werte, von 95 bis 98 Jahren die Werte nach der Methode der Extinct Generations und von 99 bis 112 Jahren die Werte nach der Methode zur Erweiterung der Sterbetafel. Der Geburtsjahrgang 1952 besteht hingegen bis zum Alter von 51 Jahren bereits vollständig aus den Neuberechneten Werten nach der Geburtsjahrmethode. Ab dem Alter von 52 Jahren mussten die zukünftigen Sterbewahrscheinlichkeiten für diesen Geburtsjahrgang jedoch modelliert werden.

¹²⁾ Siehe Schwarz, K. u.a. (1956): S. 493 ff.; Schwarz, K. (1956): S. 302 ff.

¹³⁾ Siehe Statistisches Bundesamt (2004).

2.3 Extrapolation der Sterbewahrscheinlichkeiten noch lebender Geburtsjahrgänge

Für die zukünftigen Sterbewahrscheinlichkeiten der noch lebenden Geburtsjahrgänge wurden zwei verschiedenen Trendvarianten berechnet.

In der ersten Variante V1 wurden die Sterbewahrscheinlichkeiten ähnlich der Idee des exponentiellen bzw. loglinearen Ansatzes von *Bomsdorf/Trimborn* modelliert.¹⁴⁾ Dieser Ansatz basiert auf der Annahme, dass der Verlauf der logarithmierten Sterbewahrscheinlichkeiten einer Altersstufe im Zeitverlauf mit Hilfe einer linearen Funktion beschrieben werden kann. Wie bei *Bomsdorf/Trimborn* wurde eine exponentielle Trendfortschreibung verwendet, bei der für jedes Alter x aus den allgemeinen deutschen Sterbetafeln von 1871/1881 bis 1986/1988 eine Regression auf die Zeit durchgeführt wird. Die allgemeinen Sterbetafeln eignen sich hierbei aufgrund der Volkszählungsbasis und der mathematischen Glättung für eine langfristige Trendfortschreibung besonders gut. Um auch die aktuellen Sterblichkeitsverhältnisse zu berücksichtigen, wurden in die Trendberechnung zusätzlich die geglätteten Sterbewahrscheinlichkeiten der Periode 2003 für Deutschland einbezogen. Die Trendvariante V1 basiert somit auf der langfristigen Entwicklung der Sterblichkeit seit 1871 und entspricht dem Trend, der in der letzten Veröffentlichung zu den Generationensterbetafeln verwendet wurde.

Die zweite Variante V2 wurde ergänzt, um die kurzfristigeren Entwicklungen stärker zu berücksichtigen. Dies erscheint sinnvoll, da sich in den letzten 30 Jahren in den höheren Altersstufen ab 60 Jahren deutliche Rückgänge in der Sterblichkeit ergeben haben, die sich auch in Zukunft fortsetzen können. Die zweite Trendvariante bezieht deswegen die langfristige Entwicklung seit 1871 und die kurzfristige Entwicklung seit 1970 mit ein. Hierzu wurde der Trend seit 1970 ebenfalls nach dem loglinearen Ansatz modelliert, wobei als Datenbasis die 1-jährigen Sterbewahrscheinlichkeiten nach der Geburtsjahrmethode für jedes Alter vollständig seit 1970 zur Verfügung standen. Der Trend seit 1871 und seit 1970 wurden in der Variante V2 dann zu gleichen Teilen gewichtet.

$$\ln(q_{b,x}) = \alpha_x + \beta_x b$$

$q_{b,x}$: Sterbewahrscheinlichkeit des Alters x im Beobachtungsjahr b

α_x : Konstante der Trendfunktion im Alter x

β_x : Wachstumsrate der Trendfunktion im Alter x

Mit den geschätzten Wachstumsraten der Varianten V1 bzw. V2 wurden die geglätteten Periodensterbewahrscheinlichkeiten des Jahres 2003 fortgeschrieben. Die Trendfortschreibung umfasst somit den Zeitraum von 2004 bis 2116, da der Geburtsjahrgang 2004 nach der getroffenen Annahme mit der Altersstufe von 112 Jahren abgeschlossen ist. Der Geburtsjahrgang 2004 basiert demnach auch als einziger Geburtsjahrgang ausschließlich auf den Modellwerten, während der Geburtsjahrgang 2003 noch die Säuglingssterblichkeit als empirischen Wert enthält.

$$\ln(q_{b,x}) = \ln(q_{2003,x}) + \beta_x (b - 2003) \quad \text{mit } b = 2004 \dots 2116$$

¹⁴⁾ Siehe Bomsdorf, E., Trimborn, M. (1992): S. 457 ff.; Bomsdorf, E. (1996): S. 67 ff.; Bomsdorf, E. (2002): S. 13 ff.

Im Anschluss wurden die Periodensterbewahrscheinlichkeiten der Trendfortschreibung mit den bereits vorhandenen Periodensterbewahrscheinlichkeiten der Jahre 1871 bis 2003 über die Verkettungsmethode nach Geburtsjahrgängen angeordnet.

Als Basis für die Trendfortschreibung sind auch kürzere Zeiträume vorstellbar, wie beispielsweise die alleinige Betrachtung der Entwicklung seit 1970. Da Generationensterbetafeln jedoch eine sehr lange Trendfortschreibung benötigen, sollte auch eine entsprechend stabile Basis zugrunde gelegt werden. Neben diesen Überlegungen ist in die Berechnung der Trendvarianten V1 und V2 die Annahme eingegangen, dass sich der Anstieg der Lebenserwartung langsam abschwächt. In den jüngeren Altersstufen liegt die Sterblichkeit bereits heute auf einem sehr niedrigen Niveau, so dass dort in Zukunft keine gravierenden Veränderungen mehr erwartet werden. Die Lebenserwartungsgewinne werden vor allem aus dem Rückgang der Sterblichkeit in den höheren Altersjahren kommen. Werden jedoch die Sterblichkeitsreduktionen der letzten 30 Jahre unvermindert auf die Zukunft übertragen, so würde innerhalb kurzer Zeit die Sterblichkeit dort gegen Null tendieren. Dies war auch ein Grund, den loglinearen Ansatz zu wählen.

Die Trendvariante V1 ist als konservativ anzusehen und liegt nahe der mittleren Lebenserwartungsannahme der 10. koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung. Im Jahr 2050 würden demnach auf Grundlage einer Periodensterbetafel Jungen eine durchschnittliche Lebenserwartung von 80,7 Jahren erreichen und Mädchen eine durchschnittliche Lebenserwartung von 86,4 Jahren (2004: Jungen 75,9 bzw. Mädchen 81,5 Jahre). Die mittlere Lebenserwartungsannahme der 10. koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung beträgt für Jungen bei Geburt 81,1 Jahre und für Mädchen 86,6 Jahre. Durch den langfristigen Trend werden möglicherweise neuere Trends unterschätzt, wie die Annäherung der Lebenserwartung der Männer an die der Frauen oder der verstärkte Rückgang der Sterblichkeit in den höheren Altersjahren.

Die Trendvariante V2 kann hingegen bei der hohen Lebenserwartungsannahme der 10. koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung eingeordnet werden. Jungen erreichen nach der Trendvariante V2 aus der Sicht einer Periodensterbetafel im Jahr 2050 eine durchschnittliche Lebenserwartung von 83,0 Jahren und Mädchen von 88,0 Jahren (hohe Lebenserwartungsannahme der 10. koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung: Jungen 82,6 bzw. Mädchen 88,1 Jahre). Männer können in der Trendvariante V2 im Vergleich zu den Frauen mit einem leicht höheren Anstieg der Lebenserwartung rechnen, was dem Trend der Annäherung der Lebenserwartung der Männer an die der Frauen entspricht.

Im Vergleich mit den Ergebnissen der Modellrechnung von *Bomsdorf*, die in dem Aufsatz „*Life expectancy in Germany until 2050*“ erschienen sind, zeigt sich, dass die Trendvarianten V1 und V2 und die Methoden 1 und 2 von *Bomsdorf* in ähnlichen Bereichen liegen. Auf Grundlage einer Kohorten- bzw. Generationensterbetafel beträgt die durchschnittliche Lebenserwartung für den Geburtsjahrgang 2003 nach der Trendvariante V1 für Jungen 81,6 Jahre und für Mädchen 87,7 Jahre (*Bomsdorf* Methode 1: Jungen 80,0 bzw. Mädchen 86,7 Jahre). Nach der Trendvariante V2 erreichen Jungen bzw. Mädchen des Geburtsjahrgangs 2003 hingegen 84,8 bzw. 90,3 Jahre (*Bomsdorf* Methode 2: Jungen 84,7 bzw. Mädchen 90,9 Jahre).¹⁵⁾

¹⁵⁾ Siehe Bomsdorf E. (2004) S. 161 f.; Bomsdorf, E. (2002): S. 30 und S. 154.

Die Entwicklung der Sterbewahrscheinlichkeiten nach Perioden und Geburtsjahrgängen ist in den Abbildungen 5a/b und 6a/b exemplarisch für das Alter 0 und 50 dargestellt. In den Abbildungen lassen sich die unterschiedlichen Datenquellen und die Trendfortschreibung (Extrapolation) erkennen.

Abb. 5a: Sterbewahrscheinlichkeiten im Alter 0 von 1871 bis 2116 ^{*)}

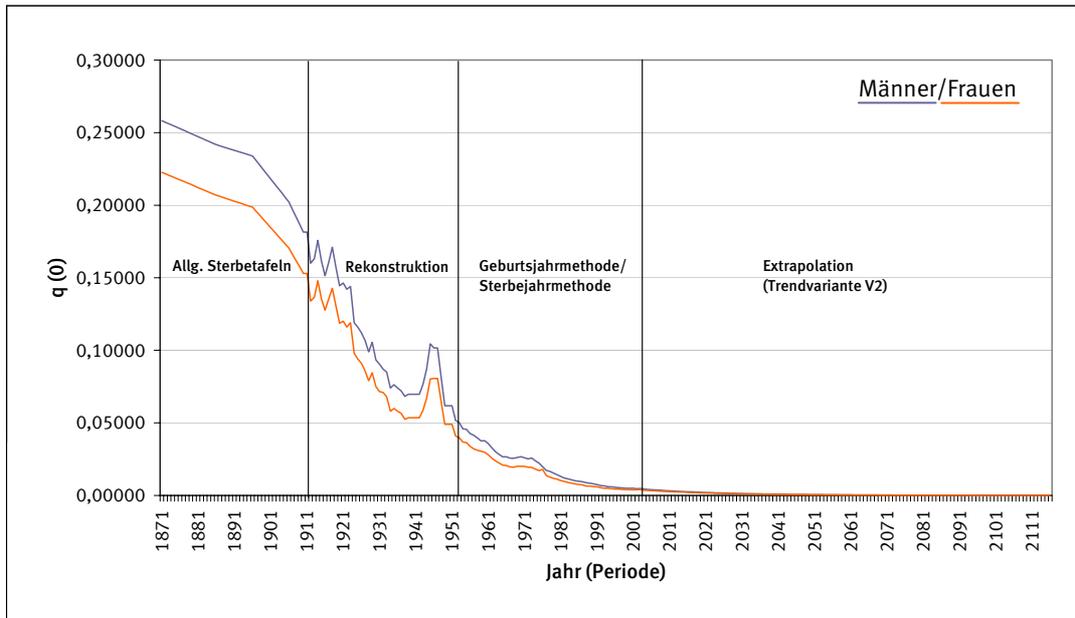
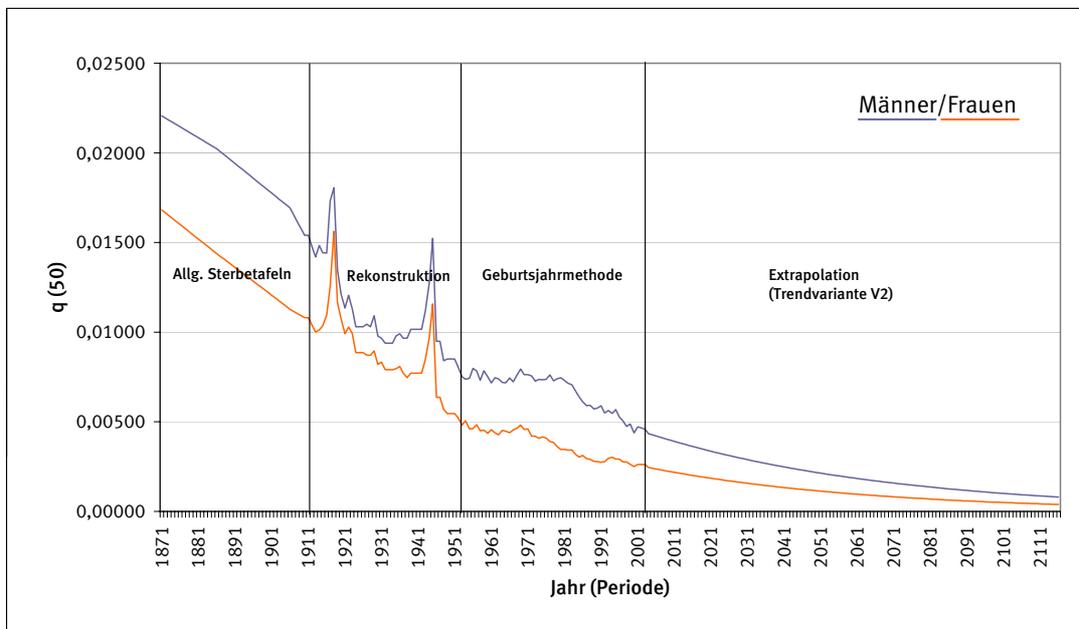


Abb. 5b: Sterbewahrscheinlichkeiten im Alter 50 von 1871 bis 2116 ^{*)}



^{*)} Die Lebenserwartung nach Jahren bezieht sich nur auf die Zivilbevölkerung im früheren Bundesgebiet.
Quelle: Statistisches Bundesamt

Abb. 6a: Sterbewahrscheinlichkeiten im Alter 0 der Jahrgänge 1871 bis 2004 *)

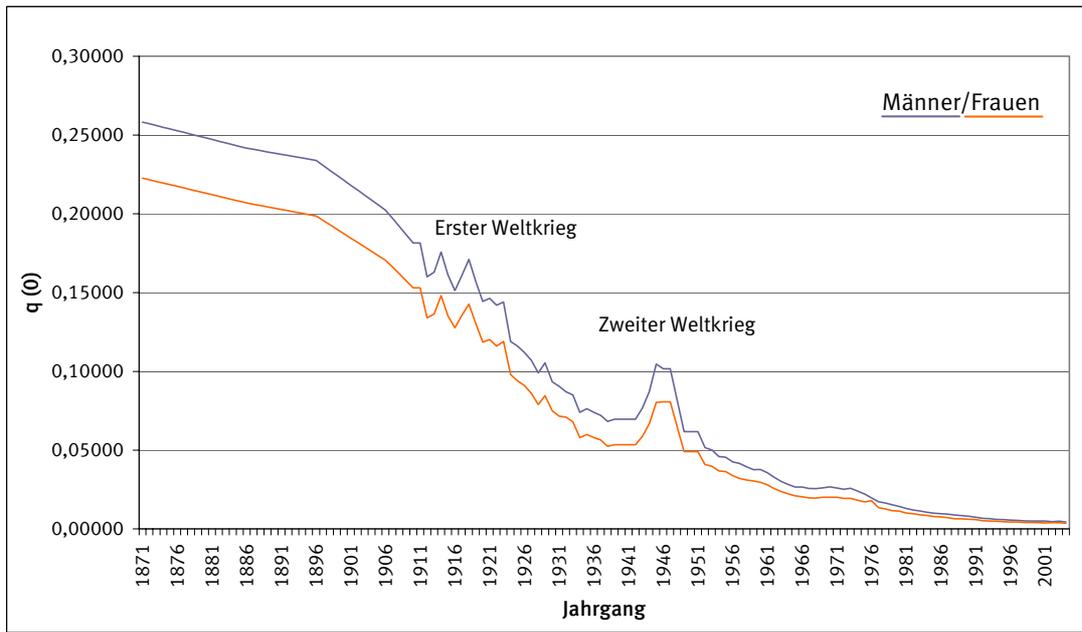
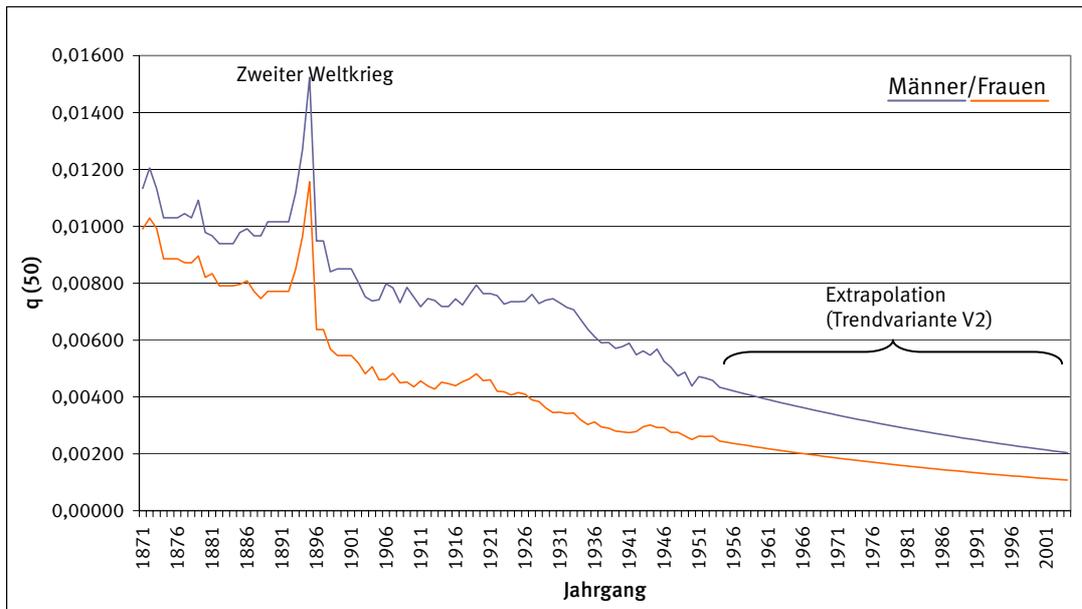


Abb. 6b: Sterbewahrscheinlichkeiten im Alter 50 der Jahrgänge 1871 bis 2004 *)



*) Die Lebenserwartung nach Jahrgängen bezieht sich nur auf die Zivilbevölkerung im früheren Bundesgebiet.

Quelle: Statistisches Bundesamt

3 Ergebnisse der Modellrechnung der Generationensterbetafeln

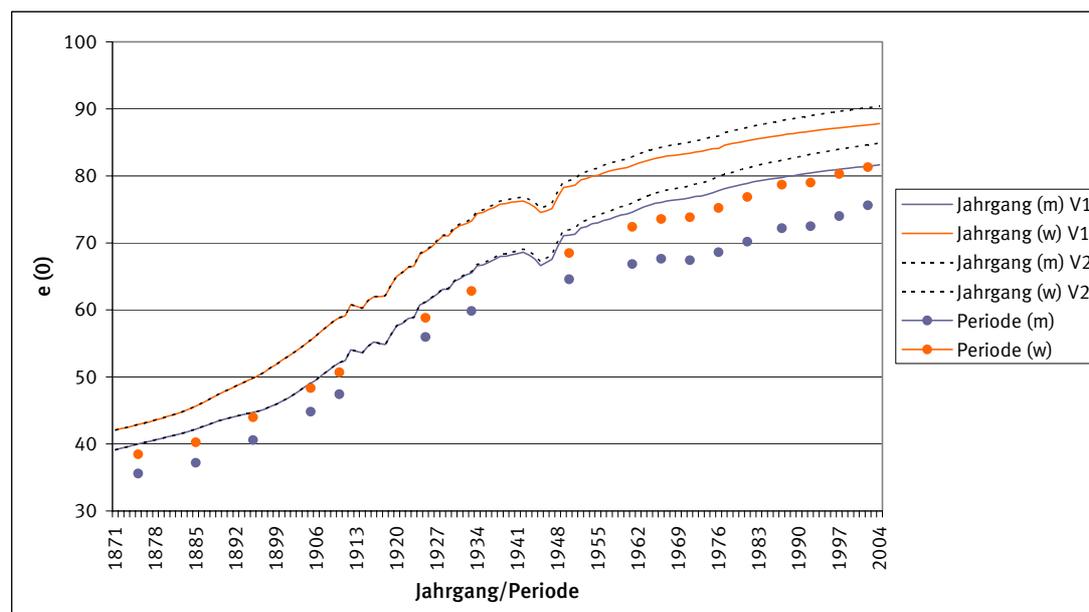
Die Modellrechnung der Generationensterbetafeln kann immer weiter verbessert und mit den neuen Daten der laufenden Bevölkerungsstatistik ergänzt werden. Dennoch geben die Generationensterbetafeln bereits jetzt einen aufschlussreichen Einblick in die Sterblichkeit und Lebenserwartung der einzelnen Geburtsjahrgänge.

3.1 Generationen- und Periodensterbetafeln im Vergleich

Es wird deutlich, dass die Lebenserwartung Neugeborener eines Geburtsjahrgangs immer über der Lebenserwartung Neugeborener der Periodensterbetafel aus dem gleichen Jahr liegt. Dies ist einfach nachzuvollziehen, da in eine Periodensterbetafel zusätzlich die meist höhere Sterblichkeit älterer Geburtsjahrgänge eingeht. Dies wird vermutlich auch in Zukunft so bleiben und zeigt, dass bei alleiniger Betrachtung der aktuellen Periodensterbetafel die Lebenserwartung der jüngeren Geburtsjahrgänge unterschätzt wird. So beträgt die durchschnittliche Lebenserwartung des Geburtsjahrgangs 2004 (Generationensterbetafeln mit ziviler Kriegssterblichkeit für das frühere Bundesgebiet) in der Trendvariante V1 für neugeborene Jungen 81,7 Jahre und für Mädchen 87,8 Jahre. Nach der Trendvariante V2 sind es für neugeborene Jungen bzw. Mädchen 84,9 bzw. 90,4 Jahre. Verglichen mit der Sterbetafel 2002/2004, wonach die durchschnittliche Lebenserwartung bei Geburt für Jungen bei 75,9 und für Mädchen bei 81,5 Jahren liegt, ergibt sich eine Differenz im Bereich von ungefähr 6 bzw. 9 Jahren zur Trendvariante V1 bzw. V2. Voraussetzung ist, dass in Zukunft keine Ereignisse wie beispielsweise Kriege, Umwelt- oder Wirtschaftskatastrophen auftreten, die sich nachhaltig negativ auf die Lebenserwartung auswirken.

Abbildung 7 und Tabelle 1 zeigen die Entwicklung der Lebenserwartung neugeborener Jungen und Mädchen nach Generationen- und Periodensterbetafeln seit 1871.

Abb. 7: Entwicklung der Lebenserwartung neugeborener Jungen und Mädchen *)



*) Die Lebenserwartung nach Jahrgängen bezieht sich nur auf die Zivilbevölkerung im früheren Bundesgebiet.

Quelle: Statistisches Bundesamt

4 Literaturverzeichnis

- Bomsdorf, E., Trimborn, M. (1992):* Sterbetafel 2000. Modellrechnungen der Sterbetafel, Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, S. 457 - 485
- Bomsdorf, E. (1996):* Kohortensterbetafel 2000: Modellierungsansätze, Modellrechnungen, Sensitivitätsbetrachtungen und ökonomische Konsequenzen, in: Sterblichkeitsentwicklung - unter besonderer Berücksichtigung des Kohortenansatzes, Schriftenreihe des Bundesinstituts für Bevölkerungsforschung, Band 23, S. 67 - 88, Harald Boldt Verlag, München
- Bomsdorf, E. (2002):* Neue Generationensterbetafeln für die Geburtsjahrgänge 1933 bis 2003: Modellrechnungen für die Bundesrepublik Deutschland, Josef Eul Verlag, Köln
- Bomsdorf, E. (2004):* Life expectancy in Germany until 2050, Experimental Gerontology, Heft 39, S. 159 - 163
- Dinkel, R. H. (1984):* Sterblichkeit in Perioden- und Kohortenbetrachtung – zugleich eine ansatzweise Berechnung der Kohortensterbetafeln für Deutschland, Zeitschrift für Bevölkerungswissenschaft, Jg. 10, Heft 4/1984: S. 477 - 500, Harald Boldt Verlag, München
- Dinkel, R. H. (1992):* Kohortensterbetafeln für die Geburtsjahrgänge ab 1900 bis 1962 in beiden Teilen Deutschlands, Zeitschrift für Bevölkerungswissenschaft, Jg. 18, Heft 1/1992: S. 95 - 116, Harald Boldt Verlag, München
- Dinkel, R. H. (1996):* Kohortensterbetafeln: Ein Überblick über Logik, Konstruktionsverfahren und Anwendungsmöglichkeiten, in: Sterblichkeitsentwicklung - unter besonderer Berücksichtigung des Kohortenansatzes, Schriftenreihe des Bundesinstituts für Bevölkerungsforschung, Band 23, S. 27 - 44, Harald Boldt Verlag, München
- Eisenmenger, M. (2005):* Sterbetafel 2001/2003, Wirtschaft und Statistik Heft 5, Jahrgang 2005, S. 463 ff., Wiesbaden
- Flaskämper, P. (1962):* Bevölkerungsstatistik, Verlag Richard Meiner, Hamburg
- Heinel, E. (1927):* Die Bevölkerungsbewegung im Deutschen Reich in der Kriegs- und Nachkriegszeit, Dissertation, Berlin
- Höhn, C. (1984):* Generationensterbetafeln versus Periodensterbetafeln, in: Neuere Aspekte der Sterblichkeitsentwicklung, Deutsche Gesellschaft für Bevölkerungswissenschaft, S. 117 - 143, Wiesbaden
- Höhn, C. (1996):* Kohortensterblichkeit unter besonderer Berücksichtigung der Weltkriege, in: Sterblichkeitsentwicklung - unter besonderer Berücksichtigung des Kohortenansatzes, Schriftenreihe des Bundesinstituts für Bevölkerungsforschung, Band 23, S. 45 - 66, Harald Boldt Verlag, München
- Schwarz, K., (1956):* Die standesamtlich beurkundeten Kriegssterbefälle und gerichtlichen Todeserklärungen in den Jahren 1939 bis 1954, Wirtschaft und Statistik, Heft 4, Jahrgang 1956, S. 302 ff, Wiesbaden
- Schwarz, K., Nellner, W, Sperling, H. (1956):* Deutsche Bevölkerungsbilanz des 2. Weltkrieges, Wirtschaft und Statistik, Heft 10, Jahrgang 1956, S. 493 – 500, Wiesbaden

Statistisches Bundesamt (2004): Periodensterbetafeln für Deutschland, Wiesbaden
<http://www-ec.destatis.de>

Statistisches Bundesamt (1991): Fachserie 1, Bevölkerung und Erwerbstätigkeit, Allgemeine
Sterbetafel für die Bundesrepublik Deutschland 1986/88, Wiesbaden